

# ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

## เซต (1)

### ความหมายของเซต

- เซต คือ กลุ่มของสิ่งต่างๆ (ทราบสมาชิกในเซตแน่นอน)
- เซตที่ใช้ความรู้สึกตัดสิน ไม่ทราบสมาชิกแน่นอน เช่น เซตของคนหล่อ *ไม่จัดว่าเป็นเซต*



- { ปีกกาเปิด
- } ปีกกาปิด
- , จุลภาค
- | โดยที่

### การเขียนแทนเซต

#### แบบแจกแจงสมาชิก

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

- สมาชิกสลับที่ได้
- สมาชิกมีจำนวนมาก ใช้ ... แทน
- สมาชิกซ้ำกัน เขียนเพียง 1 ครั้ง
- สมาชิกเป็นเซตได้ { , , { } }

#### แบบบอกเงื่อนไข

$$\{x | \text{เงื่อนไข}\}$$

- คล้ายเงื่อนไขก่อน ถึงจะทราบสมาชิก
  - ตัว  $X$  หน้า โดยที่ (|) อาจเป็นอะไรก็ได้
- เช่น เป็น  $x - 1, x^2$  เป็นต้น

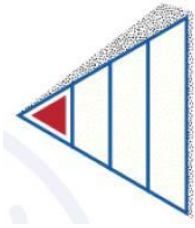


### การหาสมาชิกของเซต

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

ตัดปีกกาออก 1 ชั้น จะพบสมาชิกที่อยู่ข้างใน





# ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

เซต (2)

สัญลักษณ์ของเซต

กำหนดให้  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

เป็นสมาชิกของ

$\in$  คือ "เป็นสมาชิกของ" หรือ "อยู่ใน"  
ตัวอย่าง  $1 \in A$

ไม่เป็นสมาชิกของ

$\notin$  คือ "ไม่เป็นสมาชิกของ" หรือ "ไม่อยู่ใน"  
ตัวอย่าง  $7 \notin A$

เซตที่ควรรู้

คิดักไอติมของนายนับไปเพราะร้อน

คิดัก

Q เป็นเซตของจำนวนตรรกยะ  
(คือ จำนวนจริงที่สามารถเขียนได้ในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็ม)

ไอติม

I เป็นเซตของจำนวนเต็ม หรือ  $I = \{0, -1, 1, -2, 2, \dots\}$   
 $I^+$  เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก หรือ  $I^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$   
 $I^-$  เป็นเซตของจำนวนเต็มลบ หรือ  $I^- = \{-1, -2, -3, \dots\}$

นายนับ

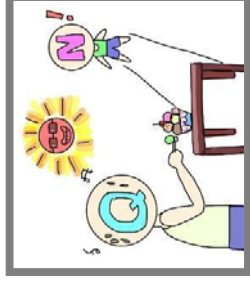
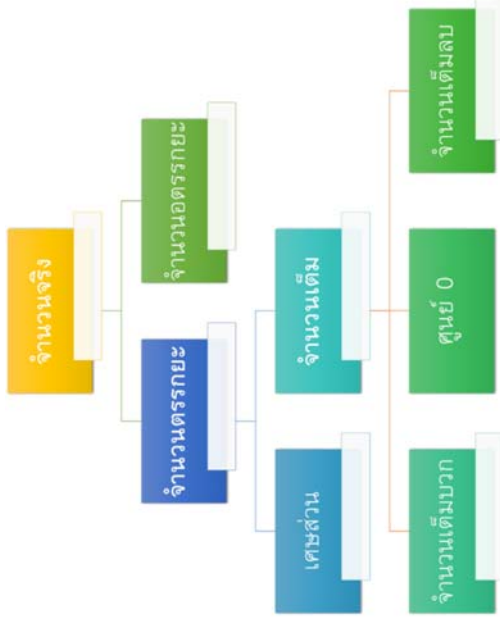
N เป็นเซตของจำนวนนับ หรือ  $N = \{1, 2, 3, \dots\}$

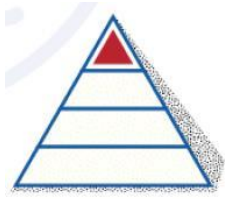
ไปเพราะ

P เป็นเซตของจำนวนเฉพาะ หรือ  $P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$

ร้อน

R เป็นเซตของจำนวนจริง  
(คือ จำนวนทั้งหมดที่ไม่ใช่รากคู่ที่ซ้ำกันในดัดลบ)

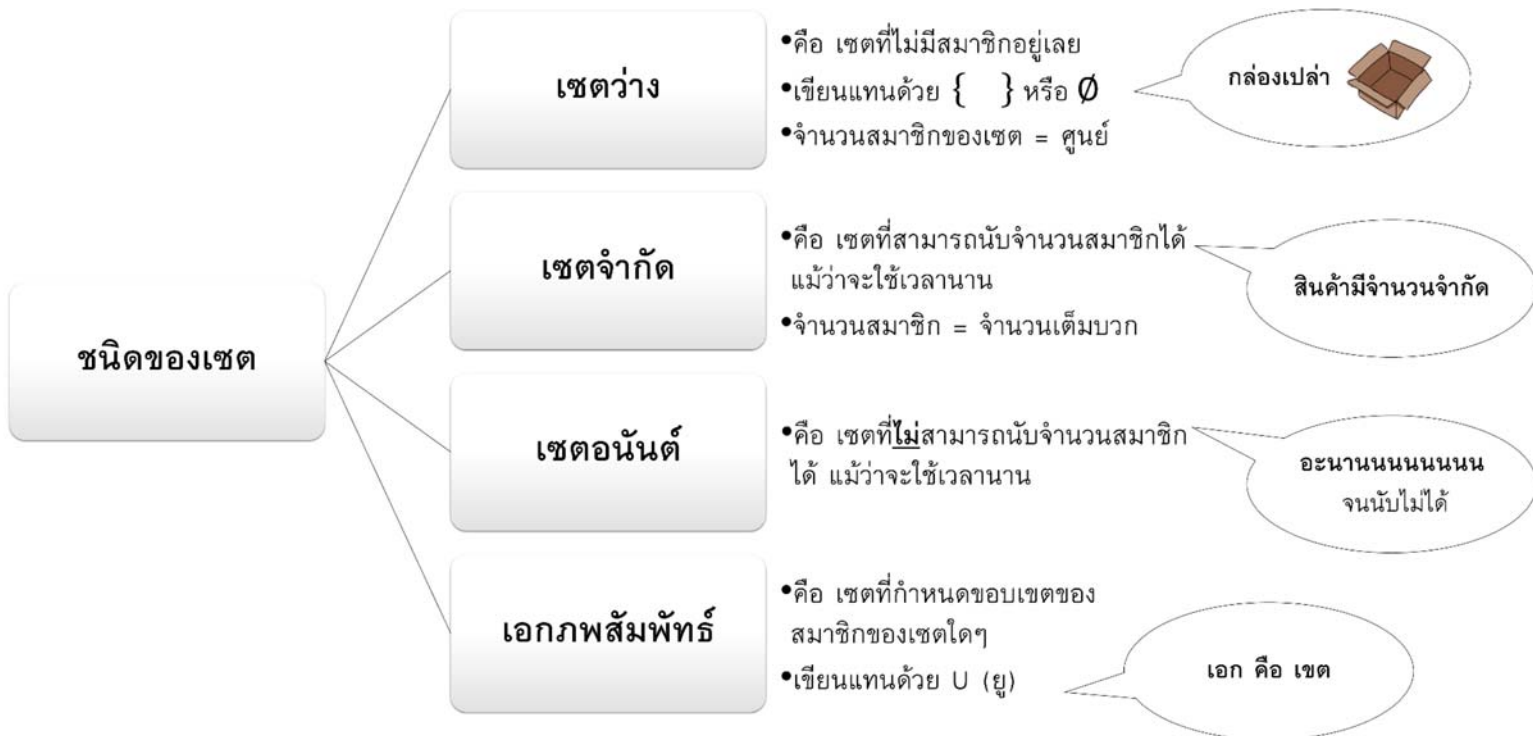




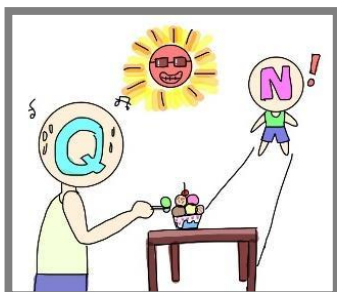
# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

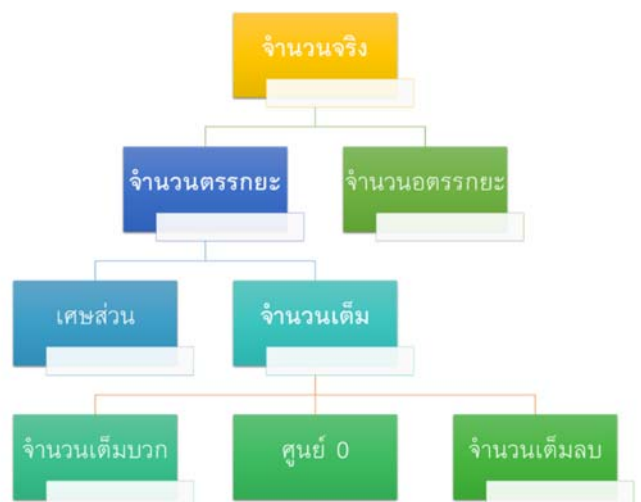
### เซต (3)

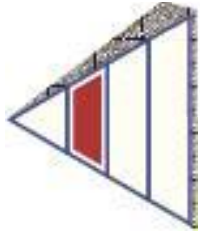


อย่าลืม!!



“ คิวตัก ไอติม ของ นายนับ ไปเพราะ ร้อน “





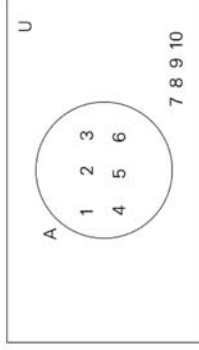
# ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว



แผนภาพของเวเนออยเลอร์

เซตใด

เอกภพสัมพัทธ์ (U)



**เซต A เท่ากับ เซต B** คือ หมู่บ้าน A และหมู่บ้าน B อยู่ในเขตเดียวกัน มีจำนวนบ้านเท่ากัน และมีหน้าตาบ้านเหมือนกันทุกหลัง

เขียนแทนด้วย  $A = B$

**เซต A ไม่เท่ากับ เซต B** คือ หมู่บ้าน A และหมู่บ้าน B อยู่ในเขตเดียวกันก็จริง แต่มีบ้านอย่างน้อย 1 หลังที่มีหน้าตาบ้านไม่เหมือนกัน จำนวนบ้านอาจเท่ากันหรือไม่เท่ากันก็ได้

เขียนแทนด้วย  $A \neq B$

### วิธีเขียนแผนภาพ

- วาดสี่เหลี่ยมผืนผ้าก่อน เพื่อแทนเอกภพสัมพัทธ์ (เขียน U กำกับไว้ด้วย)
- วาดวงกลม หรือวงรี เพื่อแทนเซตที่เราต้องการเขียนแผนภาพ (เขียนชื่อเซตกำกับไว้ด้วย)
- เขียนสมาชิกของเซตทั้งหมดลงไปในวงกลมหรือวงรีนั้นๆเลย
- ถ้ามีหลายเซต ก็วาดวงกลม หรือวงรีหลายวง

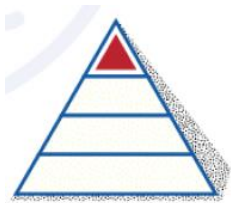
### วิธีจำ

- เอก (U) คือ เขต
- ชื่อเซต A คือ ชื่อหมู่บ้าน
- สมาชิกในเซต A คือ หน้าตาบ้าน แต่ละหลังในหมู่บ้าน
- ถ้ามีหลายเซต ก็คือ มีหลายหมู่บ้าน

### เทคนิค

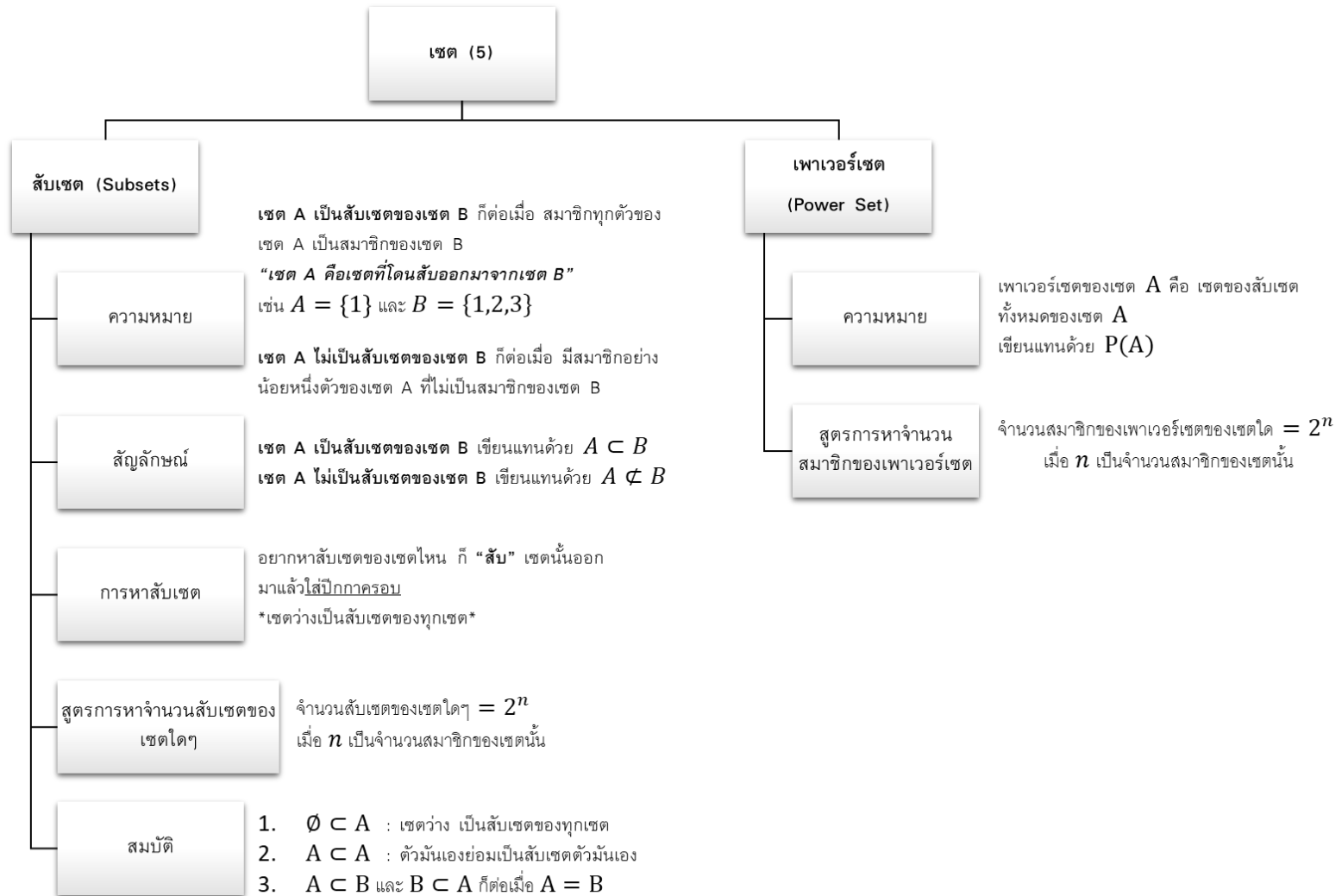
- นับจำนวนบ้าน
  - ถ้าเท่า : มีโอกาสเป็นเซตที่เท่ากัน
  - ถ้าไม่เท่า : เป็น เซตที่ไม่เท่ากัน แน่แน่นอน
- ดูหน้าตาบ้าน
  - จำนวนบ้านเท่า หน้าตาบ้านเหมือนทุกหลัง : เป็น เซตที่เท่ากัน แน่แน่นอน
  - จำนวนบ้านเท่า หน้าตาบ้านไม่เหมือนกันอย่างน้อย 1 หลัง : เป็น เซตที่ไม่เท่ากัน

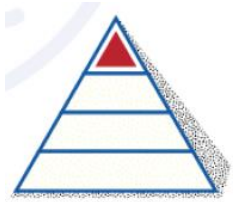




# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว





# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

การดำเนินการทางเซต

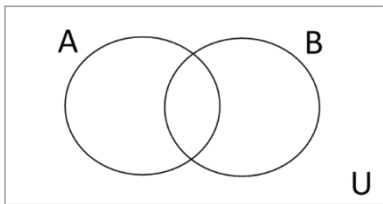
**U** *nion*

ยูเนียน

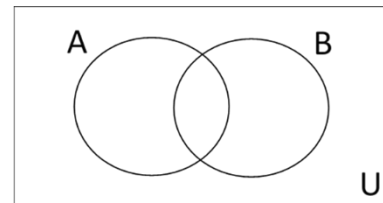
อินเตอร์เซกชัน

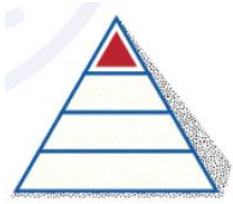
*i* **∩** *tersection*

- การยูเนียนระหว่างเซต คือ การเอาเซตนั้นๆมารวมกันเป็นเซตใหม่ (  $\cup$  )
- การยูเนียนของเซต  $A$  และ เซต  $B$  เขียนแทนด้วย  $A \cup B$
- เช่น กำหนดให้  $A = \{1,2,3\}$  และ  $B = \{3,4,5\}$   
ตอบ  $A \cup B = \{1,2,3,4,5\}$



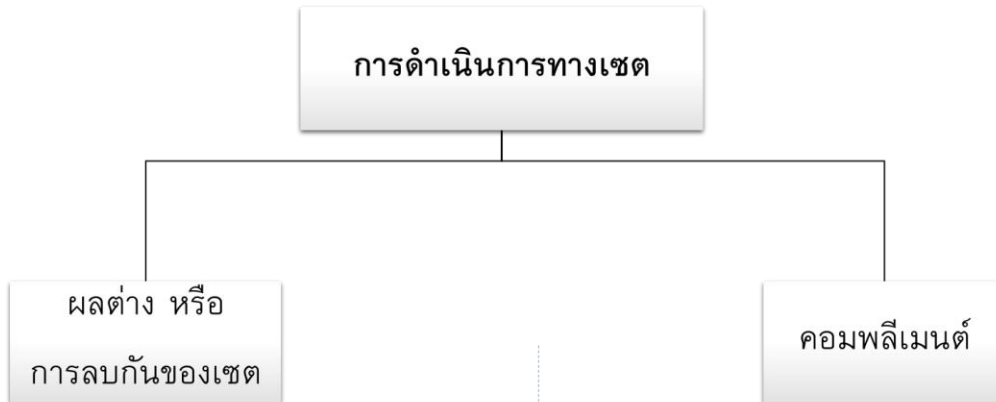
- การอินเตอร์เซกชันกันระหว่างเซต คือ การสร้างเซตใหม่ที่มีสมาชิกเป็นสมาชิกที่มีร่วมกันระหว่างเซตนั้นๆ (  $\cap$  )
- การอินเตอร์เซกชันของเซต  $A$  และ เซต  $B$  เขียนแทนด้วย  $A \cap B$
- เช่น กำหนดให้  $A = \{1,2,3\}$  และ  $B = \{3,4,5\}$   
ตอบ  $A \cap B = \{3\}$





# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว



ผลต่างระหว่างเซต A และเซต B คือ การเอาเซตมาลบกัน เขียนแทนด้วย  $A - B$

“หน้าตั้ง ซ้ำหลังตัดออก”

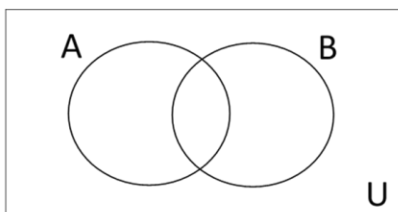
ตัวอย่าง กำหนดให้  $A = \{1,2,3,4\}$  และ  $B = \{3,4,5\}$

$$A - B = \{1,2,3,4\} - \{3,4,5\}$$

$$\therefore A - B = \{1,2\}$$

$$B - A = \{3,4,5\} - \{1,2,3,4\}$$

$$\therefore B - A = \{5\}$$

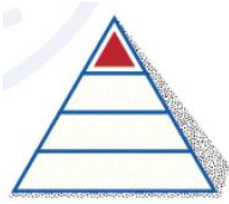


คอมพลิเมนต์ของเซต A คือ เซตที่ประกอบไปด้วยสมาชิกที่เป็นสมาชิกของเอกภพสัมพัทธ์ แต่ไม่ใช่สมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วย

แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์

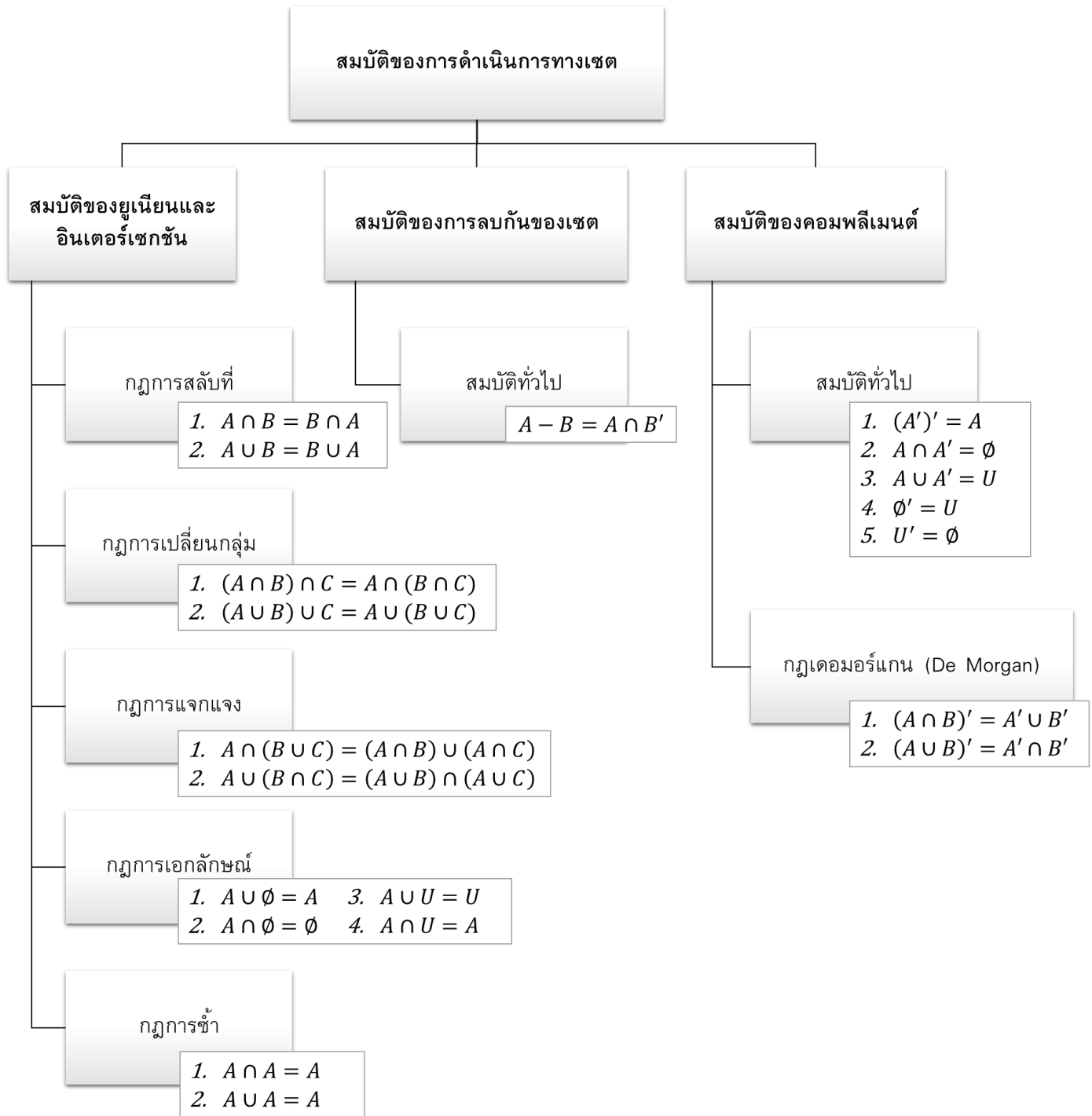


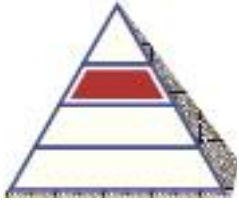
ตัวอย่าง กำหนดให้  $U = \{1,2,3, \dots, 10\}$  และ  $A = \{2,5,7,9,10\}$



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว





# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### ตารางแสดงค่าความจริง

“และ”

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ |
|-----|-----|--------------|
| $T$ | $T$ | $T$          |
| $T$ | $F$ | $F$          |
| $F$ | $T$ | $F$          |
| $F$ | $F$ | $F$          |

“หรือ”

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ |
|-----|-----|------------|
| $T$ | $T$ | $T$        |
| $T$ | $F$ | $T$        |
| $F$ | $T$ | $T$        |
| $F$ | $F$ | $F$        |

“ถ้า...แล้ว”

| $p$ | $q$ | $p \rightarrow q$ |
|-----|-----|-------------------|
| $T$ | $T$ | $T$               |
| $T$ | $F$ | $F$               |
| $F$ | $T$ | $T$               |
| $F$ | $F$ | $T$               |

“ก็ต่อเมื่อ”

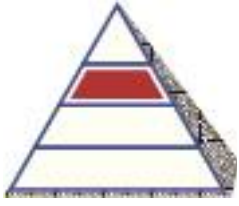
| $p$ | $q$ | $p \leftrightarrow q$ |
|-----|-----|-----------------------|
| $T$ | $T$ | $T$                   |
| $T$ | $F$ | $F$                   |
| $F$ | $T$ | $F$                   |
| $F$ | $F$ | $T$                   |

ประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ

“ทุกๆ/ทั้งหมด” มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ สมาชิกทุกตัวในเอกภพสัมพัทธ์เป็นจริง

“บาง” มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ มีสมาชิกบางตัวในเอกภพสัมพัทธ์เป็นจริง



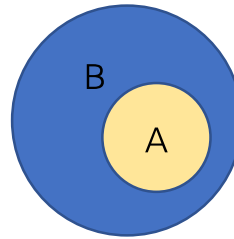


# ONE-PAGE

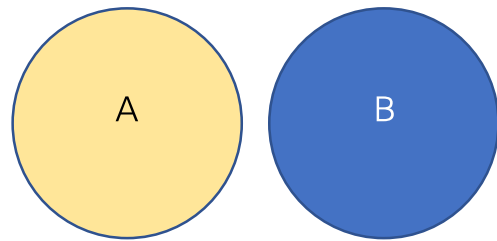
## ไว้หน้าเดียว

### การตรวจสอบความสัมพันธ์

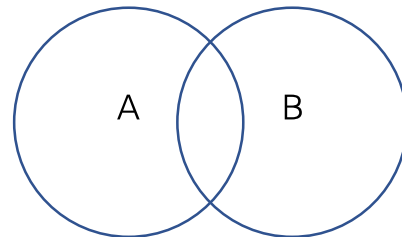
1. สมาชิก A ทุกตัวเป็นสมาชิกของ B



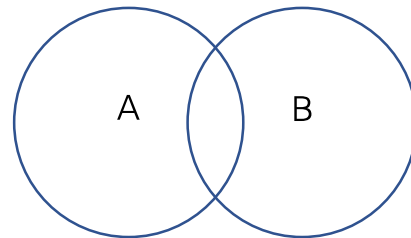
2. ไม่มีสมาชิกตัวใดเลยของ A เป็นสมาชิกของ B



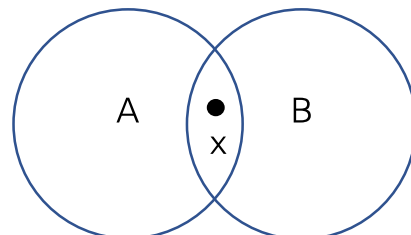
3. สมาชิก A บางตัวเป็นสมาชิกของ B



4. สมาชิก A บางตัวไม่เป็นสมาชิกของ B

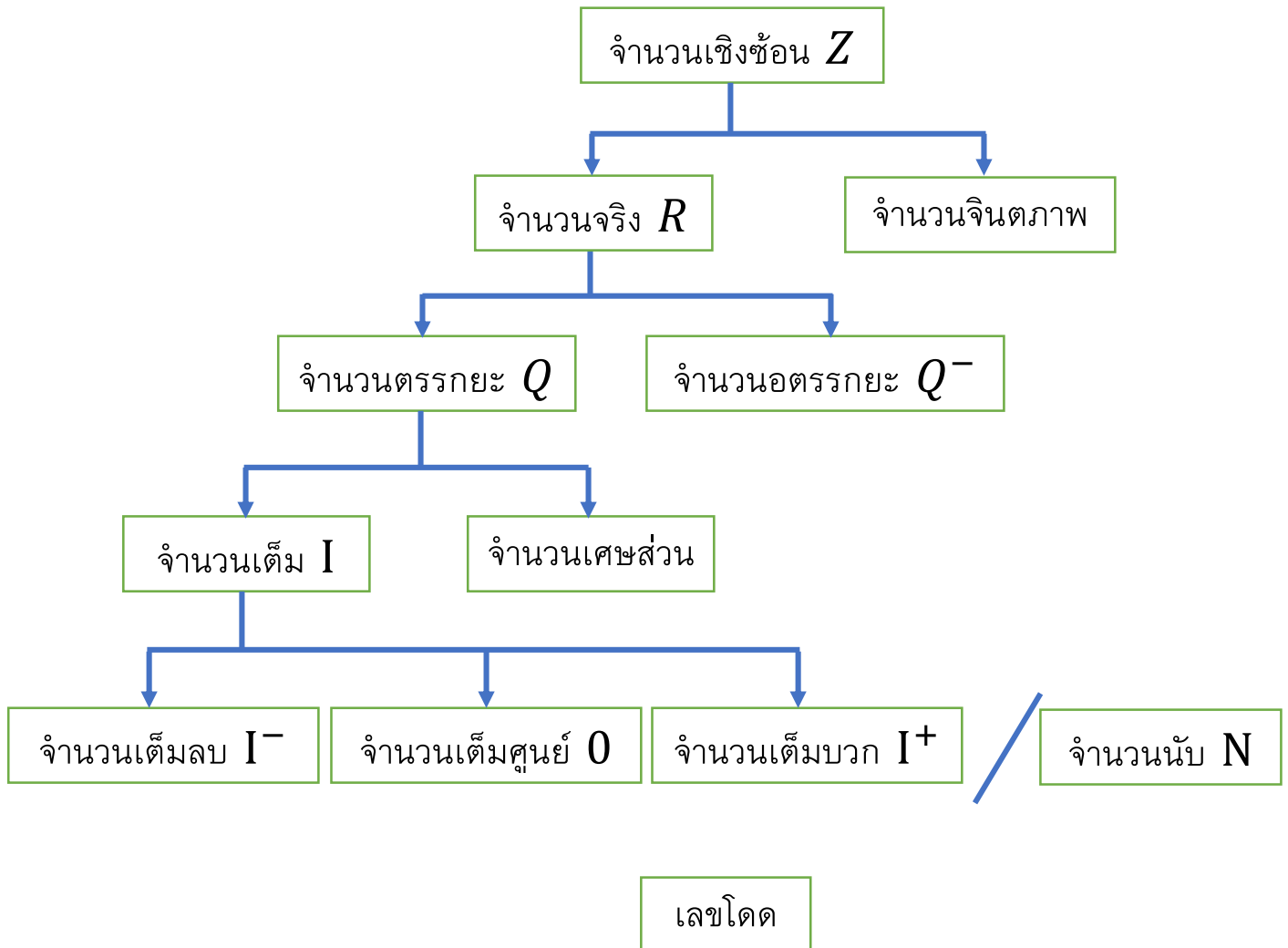


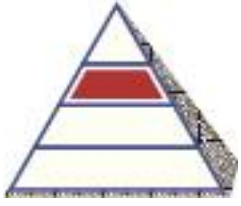
5. x เป็นสมาชิกทั้ง A และ B





# ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว





# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### สมบัติของการดำเนินการ

สมบัติปิด

$$a \in R, b \in R \text{ แล้ว } a + b \in R$$

$$a \in R, b \in R \text{ แล้ว } a \times b \in R$$

สมบัติการสลับที่

$$a + b = b + a$$

$$a \times b = b \times a$$

สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$$

### สมบัติของสมการและอสมการ

สมบัติการสะท้อน

$$a = a$$

สมบัติการสมมาตร

$$a = b \text{ แล้ว } b = a$$

สมบัติการถ่ายทอด

$$a = b, b = c \text{ แล้ว } a = c$$

$$a > b, b > c \text{ แล้ว } a > c$$

สมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน

เอกลักษณ์  $I$

$$a \oplus I = a$$

เอกลักษณ์การบวก คือ  $0$

เอกลักษณ์การคูณ คือ  $1$

อินเวอร์ส  $a^{-}$

$$a \oplus a^{-} = I$$

อินเวอร์สการบวกของ  $a$  คือ  $-a$

อินเวอร์สการคูณของ  $a$  คือ  $\frac{1}{a}$

การแจกแจง

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

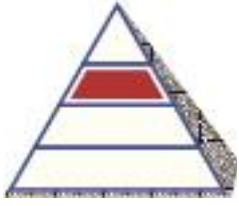
$$a = b \text{ แล้ว } a + c = b + c$$

$$a < b \text{ แล้ว } a + c < b + c$$

สมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน  $c > 0$

$$a = b \text{ แล้ว } ac = ac$$

$$a > b \text{ แล้ว } ac > bc$$



# ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

## สมบัติของเลขยกกำลัง

$$1. a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$2. \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$3. a^0 = 1$$

$$4. a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$5. (a^m)^n = a^{mn}$$

$$6. a^n \times b^n = (ab)^n$$

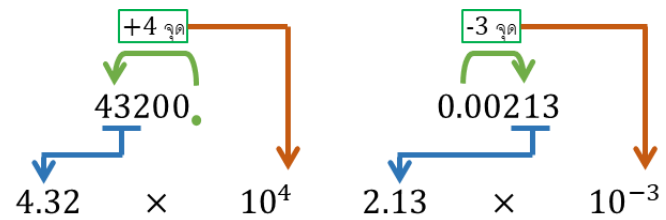
$$7. \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$8. 1^n = 1$$

$$9. a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

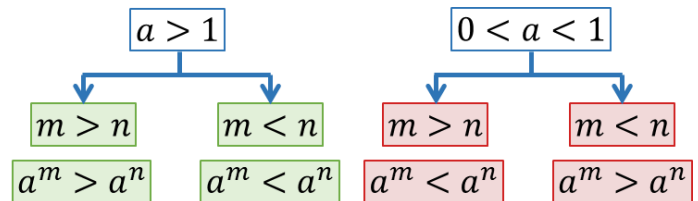
## การเขียนรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

การเขียนตัวเลขให้อยู่ในรูป  $A \times 10^n$  โดย  $0 \leq A < 10$

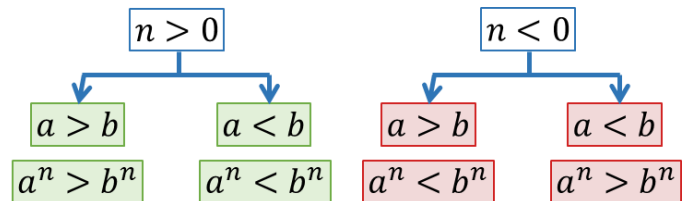


## การเปรียบเทียบเลขยกกำลัง

กรณีฐานเท่ากัน  $a^m, a^n$

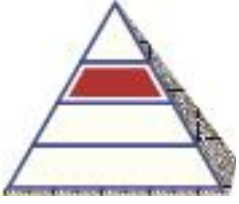


กรณีเลขชี้กำลังเท่ากัน  $a^n, b^n$



กรณีทั่วไป  $a^m, b^n$

พยายามลดรูปเลขชี้กำลัง



# ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

## รากที่สอง

$\sqrt{a}$  หมายถึง จำนวนที่ยกกำลังสองแล้วได้ผลลัพธ์คือ  $a$

โดยการเขียนรูปรากที่สอง จะพยายามไม่ทำให้ตัวส่วนติดราก

$$\frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

การคอนจูเกต คือ การเอาตัวหารที่มีเครื่องหมายตรงข้ามกันมาคูณทั้งเศษและส่วน

$$\frac{2}{\sqrt{8} - \sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{8} - \sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{8} + \sqrt{6}}{\sqrt{8} + \sqrt{6}} = \sqrt{8} + \sqrt{6}$$

การถอดราก สามารถทำได้โดย

การแยกตัวประกอบ

$$\sqrt{1296} = \sqrt{2^4 \times 3^4} = 6$$

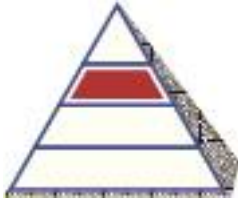
กำลังสองสมบูรณ์

$$\sqrt{4x^2 + 12xy + 9y^2} = \sqrt{(2x + 3y)^2} = |2x + 3y|$$

การถอดสแควร์รูทซ้อน

$$\sqrt{9 + 2\sqrt{20}} = \sqrt{(\sqrt{5} + \sqrt{4})^2} = \sqrt{5} + \sqrt{4}$$





# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### ทฤษฎีเศษเหลือ

คือ ทฤษฎีที่ช่วยในการหาเศษที่เหลือจากการหารพหุนาม โดย ถ้า  $P(x)$

คือพหุนามที่มี  $x$  เป็นตัวแปร เศษที่เหลือจาก  $P(x) \div (x - a)$  จะเหลือเศษ  $P(a)$

เช่น  $(x^2 - 3x + 4) \div (x - 2)$

จะได้ว่า  $P(x) = x^2 - 3x + 4$  และ  $a = 2$

จะเหลือเศษ  $P(a) = P(2) = 2^2 - 3(2) + 4 = 2$

### สูตรพหุนาม

$$(n + l)^2 = n^2 + 2nl + l^2$$

$$(n - l)^2 = n^2 - 2nl + l^2$$

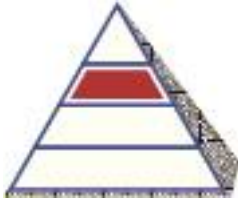
$$n^2 - l^2 = (n - l)(n + l)$$

$$(n + l)^3 = n^3 + 3n^2l + 3nl^2 + l^3$$

$$(n - l)^3 = n^3 - 3n^2l + 3nl^2 - l^3$$

$$n^3 + l^3 = (n + l)(n^2 - nl + l^2)$$

$$n^3 - l^3 = (n - l)(n^2 + nl + l^2)$$



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

**นิพจน์** คือ ข้อความที่แสดงในรูปสัญลักษณ์

เช่น  $2x, a + 7, -5$

**เอกนาม** คือ นิพจน์ในรูปผลคูณของตัวเลขและตัวแปร โดยตัวแปรมีเลขชี้กำลังไม่ต่ำกว่า 0

เช่น  $5, 3x, 6xy^2, z$

ผลรวมเลขชี้กำลัง คือ ดีกรี  
 สัมประสิทธิ์  $5x^2y$

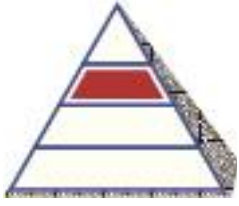
**เอกนามคล้าย** คือ เอกนามที่มีชุดตัวแปรเดียวกัน เลขชี้กำลังเท่ากัน

เช่น  $-2x^2y, 5x^2y, 12x^2y$

**พหุนาม** คือ นิพจน์ที่อยู่ในรวมผลรวมของเอกนามตั้งแต่ 2 พจน์ขึ้นไป

เช่น  $x - 3, x^2 + 5x - 1, x + 3y$

ดีกรี เลือกพจน์ที่มีดีกรีมากที่สุด  
 $5x^2y + 3xy - x^2$



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### เศษส่วนและทศนิยม

#### เศษส่วนมี 3 ชนิด

1. เศษส่วนแท้  $\frac{1}{4}, \frac{17}{23}, \frac{8}{9}$

2. เศษส่วนเกิน  $\frac{7}{3}, \frac{17}{12}, \frac{9}{8}$

3. จำนวนคละ  $2\frac{1}{2}, 5\frac{15}{16}, -1\frac{7}{3}$

#### ทศนิยมมี 3 ชนิด

1. ทศนิยมรู้จบ  $0.5, 0.012, 1.12$

2. ทศนิยมซ้ำ  $0.\dot{3}, 0.10\dot{2}, 1.\dot{3}2\dot{1}$

3. ทศนิยมไม่ซ้ำไม่รู้จบ  $1.414159 \dots$

#### การแปลงเศษส่วนเป็นทศนิยม

1. ทำส่วนให้เต็มสิบ  $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 0.75$

2. หารตรงๆ  $\frac{1}{7} = 0.142857 \dots$

#### การแปลงทศนิยมเป็นเศษส่วน

1. ทศนิยมรู้จบ  $0.12 = \frac{12}{100}$

2. ทศนิยมซ้ำ  $0.1\dot{2} = \frac{12-1}{90} = \frac{11}{90}$

#### การบวก การลบ

เศษส่วน → ทำส่วนให้เท่ากัน

ทศนิยม → ตั้งจุดทศนิยมให้ตรงกัน

#### การคูณ

เศษส่วน → เศษคูณเศษ ส่วนคูณส่วน

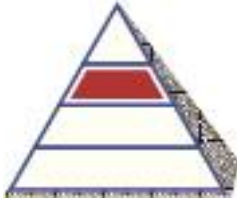
ทศนิยม → คูณปกติ นับทศนิยมรวมกัน

#### การหาร

เศษส่วน → เปลี่ยนหารเป็นคูณกลับเศษเป็นส่วน

ทศนิยม → เขียนเป็นเศษส่วน แล้วเลื่อนจุด

ทศนิยม



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### เศษส่วนพหุนาม

#### เศษส่วนพหุนาม

เศษส่วนพหุนาม ก็คือ พหุนาม 2 พหุนามหารกันแล้วเขียนอยู่ในรูปเศษส่วน

#### การหา ห.ร.ม. ค.ร.น.

ห.ร.ม. หาตัวที่หารพหุนามทั้งหมดลงตัว โดยการแยกตัวประกอบ

ค.ร.น. นำตัวประกอบของพหุนามทุกตัวมาคูณกัน ตัวประกอบที่ซ้ำกันนำมาตัวเดียว

#### การบวก การลบ เศษส่วนพหุนาม

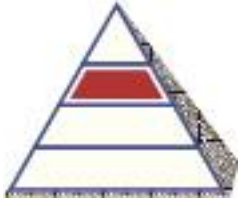
ให้หา ค.ร.น. ของตัวส่วนก่อน จากนั้นทำให้ส่วนเท่ากัน ถึงจะนำเศษมาบวกกันได้

$$\frac{1}{(x+1)} + \frac{1}{(x+2)} = \frac{(x+2) + (x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{2x+3}{x^2+3x+2}$$

#### เทคนิคต่างๆของเศษส่วนพหุนาม

เศษส่วนอย่างต่ำ → แยกตัวประกอบพหุนาม หาตัวประกอบที่ตัดกันได้ทั้งเศษและส่วน ระวังอย่าตัดผิด ให้สังเกตพหุนามที่อยู่วงเล็บเดียวกันถือเป็นตัวเดียวกันต้องตัดไปพร้อมกัน

เศษส่วนซ้อน → สังเกตเศษส่วนให้ดี ดูให้รู้ว่าเศษส่วนไหนต้องทำก่อน เศษส่วนไหนต้องทำหลัง เขียนวงเล็บให้เราเข้าใจเอง หรือสังเกตง่าย ๆ จากความยาวของเส้นขีดเศษส่วน

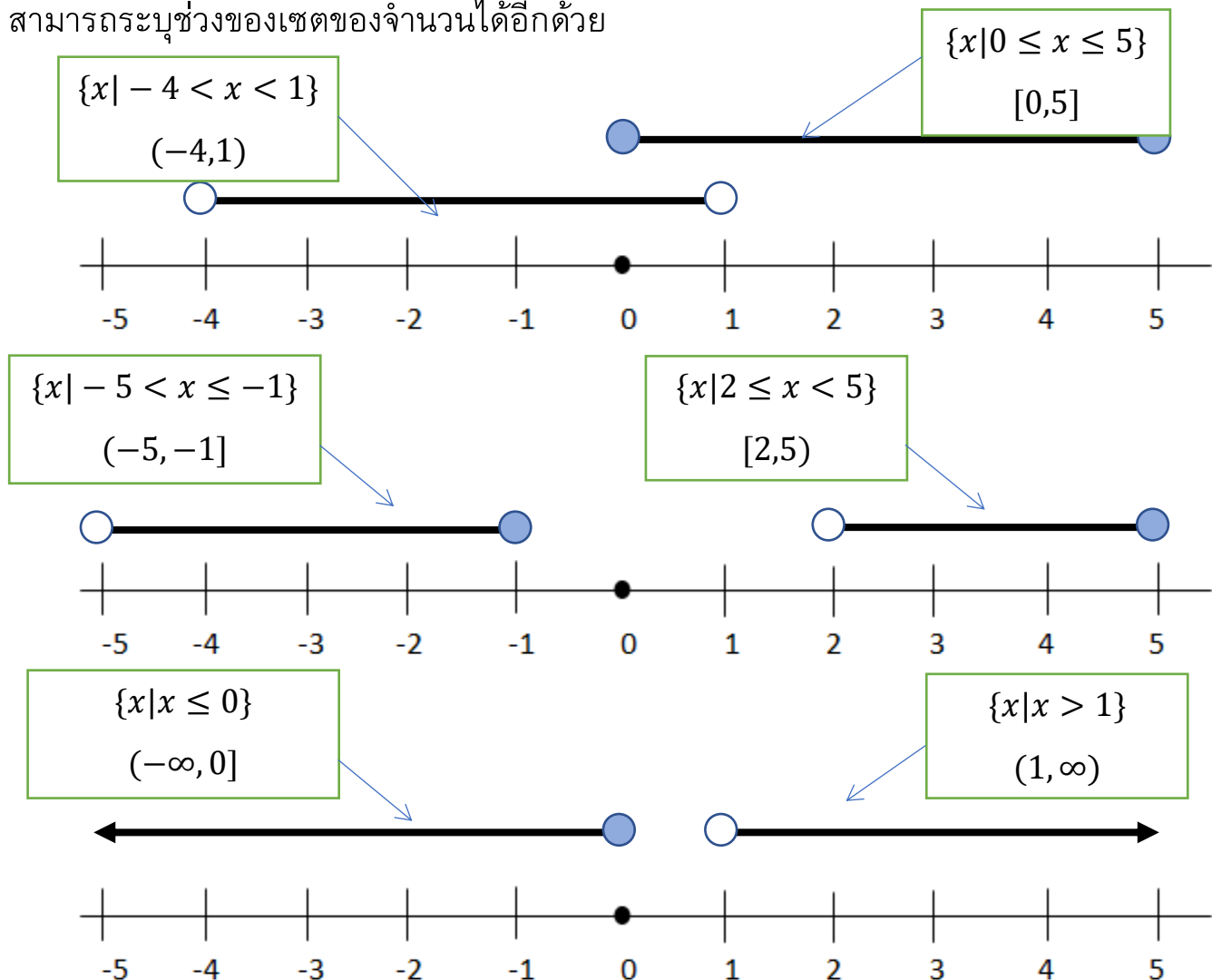


# ONE-PAGE

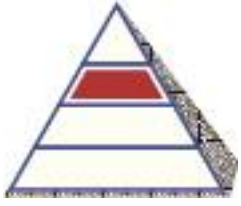
## ไว้หน้าเดียว

### เส้นจำนวน

เส้นจำนวน คือเส้นหนึ่งมิติ ที่ใช้สำหรับระบุตำแหน่งของจำนวนจริงต่างๆ นอกจากนี้ยังสามารถระบุช่วงของเซตของจำนวนได้อีกด้วย







# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### การแก้สมการตัวแปรเดียว

สังเกตวงเล็บก่อน



$$3x + 2[x - (5 - 2x)] = 17$$

$$3x + 2[x - (5 - 2x)] = 17$$

1

2

ค่อยๆ ถอดวงเล็บ  
และรวมแต่ละพจน์  
ระหว่างทาง



$$3x + 2[x - 5 + 2x] = 17$$

$$3x + 2[3x - 5] = 17$$

$$3x + 6x - 10 = 17$$

$$9x - 10 = 17$$

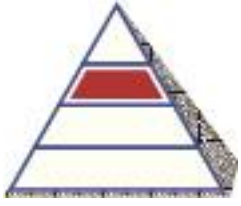
ใช้สมบัติในการ  
ย้ายข้างสมการ



$$9x = 17 + 10$$

$$x = \frac{27}{9}$$

$$x = 3$$



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### การแก้สมการสองตัวแปร

วิธีแทนตัวแปร

$$3x + 2y = 7 \quad \text{---} \quad \textcircled{1}$$

$$5x - y = 3 \quad \text{---} \quad \textcircled{2}$$

เลือกสมการ

$$\rightarrow 5x - y = 3$$

จัดรูปตัวแปร

$$\rightarrow \begin{cases} -y = 3 - 5x \\ y = 5x - 3 \end{cases}$$

แทนตัวแปรใน  
อีกสมการแล้ว  
แก้สมการตัว  
แปรเดียว

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 7 \\ 3x + 2(5x - 3) &= 7 \\ 13x - 6 &= 7 \\ 13x &= 13 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

นำค่าที่ได้ไป  
แทนเพื่อหา  
ค่าตัวแปรอีกตัว

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 7 \\ 3(1) + 2y &= 7 \\ 2y &= 4 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

วิธีกำจัดตัวแปร

$$x + 5y + 2 = 0$$

$$2x - 9 = 3y$$

ปรับทั้ง 2 สมการ

$$\rightarrow \begin{cases} x + 5y = -2 \quad \textcircled{1} \\ 2x - 3y = 9 \quad \textcircled{2} \end{cases}$$

เลือกกำจัดตัวแปร

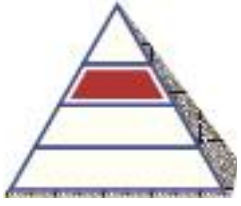
เลือกกำจัด  $x$

2 คูณสมการ (1) แล้วลบกับสมการ (2)

$$\begin{aligned} 2x + 10y &= -4 \\ (2x + 10y) - (2x - 3y) &= -4 - 9 \\ 13y &= -13 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

นำค่าที่ได้ไป  
แทนเพื่อหา  
ค่าตัวแปรอีกตัว

$$\rightarrow \begin{cases} x + 5y = -2 \\ x + 5(-1) = -2 \\ x = 3 \end{cases}$$



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### การแก้สมการกำลังสอง

#### วิธีแยกตัวประกอบ

จัดให้อยู่ในรูปทั่วไป



$$15 - 6x^2 = 7x - 5$$

$$6x^2 + 7x - 20 = 0$$

แยกตัวประกอบ



$$(3x - 4)(2x + 5) = 0$$

จับแต่ละวงเล็บให้

เท่ากับ 0 แล้วแก้

สมการ



$$3x - 4 = 0$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$x = \frac{4}{3}, -\frac{5}{2}$$

$$2x + 5 = 0$$

$$x = -\frac{5}{2}$$

#### วิธีแทนสูตร

จัดให้อยู่ในรูปทั่วไป



$$2x^2 - 3x = 10$$

$$2x^2 - 3x - 10 = 0$$



$$ax^2 + bx + c = 0$$

เทียบสัมประสิทธิ์



$$a = 2, b = -3, c = -10$$

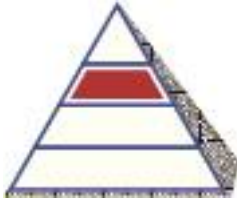
แทนสูตร



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(-10)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{3 + \sqrt{89}}{4}, \frac{3 - \sqrt{89}}{4}$$



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### การแก้สมการกำลังสอง

สมการกำลังสองรูปทั่วไป

$$ax^2 + bx + c = 0$$

รากของสมการ

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

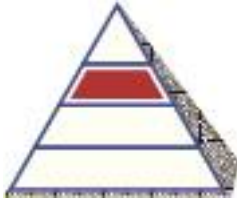
1. รากเป็นจำนวนจริง 2 ค่าที่ต่างกัน :  $b^2 - 4ac > 0$

2. รากเป็นจำนวนจริงที่ซ้ำกัน :  $b^2 - 4ac = 0$

3. ไม่มีรากเป็นจำนวนจริง :  $b^2 - 4ac < 0$

ผลบวกของรากของสมการ  $\frac{-b}{a}$

ผลคูณของรากของสมการ  $\frac{c}{a}$



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### การแก้ปัญหาค่าสุดขีด

เริ่มจากการจัดให้มีรูปกำลังสองสมบูรณ์

$$9x^2 + 15x - 24$$

พิจารณา  $9x^2 = (3x)^2 \rightarrow n = 3x$

พิจารณา  $15x = 2(3x) \left(\frac{5}{2}\right) \rightarrow l = \frac{5}{2}$

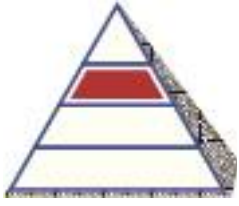
$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } 9x^2 + 15x - 24 &= \left[ (3x)^2 + 2(3x) \left(\frac{5}{2}\right) + \left(\frac{5}{2}\right)^2 \right] - \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 24 \\ &= \left(3x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{121}{4} \end{aligned}$$

จะได้อาค่า  $x$  ที่ทำให้เกิดค่าต่ำสุดคือ  $x = -\frac{5}{6}$

และค่าต่ำสุด คือ

$$\left(3x + \frac{5}{2}\right)^2 = 0 \rightarrow \left(3x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{121}{4} = -\frac{121}{4}$$





# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### การแก้อสมการ

สังเกตวงเล็บก่อน



$$2[x - (3 - 2x)] \leq 2x$$

$$2[x - (3 - 2x)] \leq 2x$$

1

2

ค่อยๆ ถอดวงเล็บ  
และรวมแต่ละพจน์  
ระหว่างทาง



$$2[x - 3 + 2x] \leq 2x$$

$$2[3x - 3] \leq 2x$$

$$6x - 6 \leq 2x$$

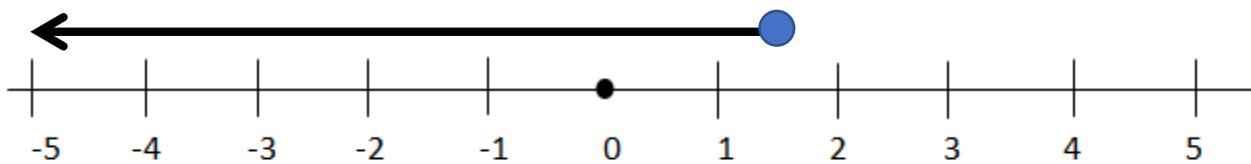
ใช้สมบัติในการ  
ย้ายข้างสมการ



$$6x - 2x \leq 6$$

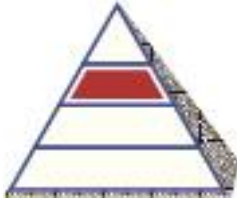
$$4x \leq 6$$

$$x \leq \frac{3}{2}$$



\*ข้อควรระวัง สมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน ถ้า  $c < 0$

$$a \geq b \rightarrow ac \leq bc \quad \text{ต้องกลับเครื่องหมายด้วย}$$



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### การแก้อสมการดีกรีมากกว่า 1

ย้ายข้างให้ฝั่งหนึ่ง  
เป็น 0



$$x^2 < x - 12$$

$$x^2 - x + 12 < 0$$

แยกตัวประกอบ



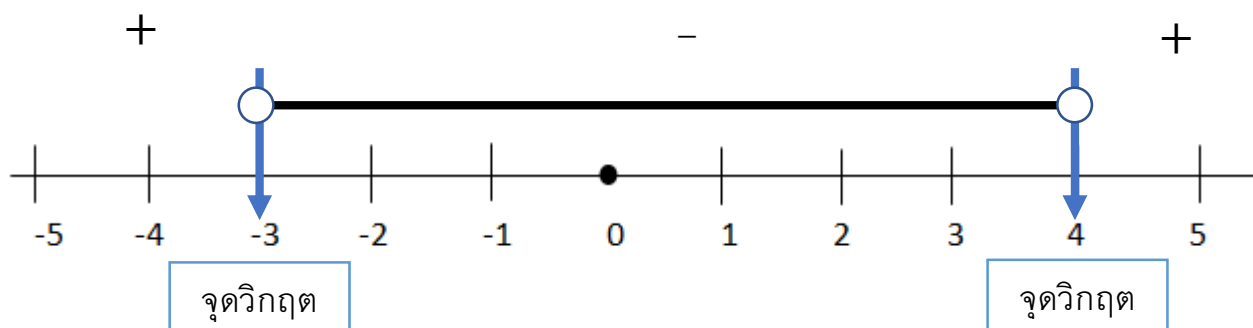
$$(x - 4)(x + 3) < 0$$

หาจุดวิกฤต

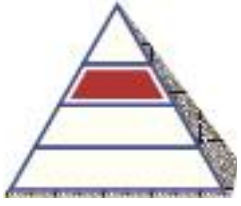


จุดวิกฤตคือ  $x = 4$  และ  $x = -3$

เขียนลงบนเส้นจำนวน แล้วหาเครื่องหมายของผลคูณในแต่ละ



คำตอบของอสมการคือ  $(-3, 4)$



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### ค่าสัมบูรณ์

#### ค่าสัมบูรณ์ (Absolute Value)

การหาระยะจากจุด 0 ไปยังตำแหน่งของค่า  $a$  เราจะเรียกระยะนั้นว่าค่าสัมบูรณ์ของ  $a$  ซึ่งค่าที่ออกมาจากเครื่องหมายค่าสัมบูรณ์จะมีค่าเป็นบวกเสมอ

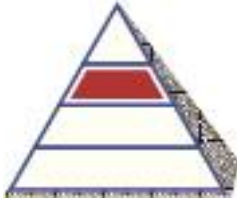
#### การถอดค่าสัมบูรณ์

เราจะต้องสังเกตช่วงค่าที่เราจะถอดค่าสัมบูรณ์ให้ดีก่อน โดย

$$|x| = \begin{cases} x & \text{เมื่อ } x \geq 0 \\ -x & \text{เมื่อ } x < 0 \end{cases}$$

#### วิธีแก้สมการที่มีค่าสัมบูรณ์

1. พยายามทำตามวงเล็บก่อน ถ้าเจอค่าสัมบูรณ์ให้ถอด
2. ถ้าภายในเครื่องหมายค่าสัมบูรณ์เป็นตัวแปร ให้แยกโจทย์ออกเป็นสองข้อ พร้อมระบุเงื่อนไขที่ทำให้แยกไปกรณีนั้น
3. แก้สมการหาคำตอบ



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

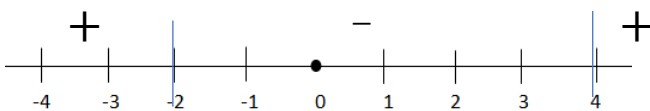
### การแก้สมการที่มีค่าสัมบูรณ์

วิธีใช้สมบัติ

$$\begin{aligned} |x + 3| < 2 \\ -2 < x + 3 < 2 \\ -5 < x < -1 \end{aligned}$$

วิธียกกำลังสอง

$$\begin{aligned} |x - 1| + 2 &\geq 5 \\ (|x - 1|)^2 &\geq (5 - 2)^2 \\ x^2 - 2x + 1 &\geq 9 \\ x^2 - 2x - 8 &\geq 0 \\ (x - 4)(x + 2) &\geq 0 \\ x &\in (-\infty, -2] \cup [4, \infty) \end{aligned}$$



วิธีกำหนดช่วงค่าของตัวแปร

$$\begin{aligned} |x + 1| + |x - 2| < 4 \\ \begin{array}{ccc} x + 1 < 0 & x + 1 > 0 & x + 1 > 0 \\ x - 2 < 0 & x - 2 < 0 & x - 2 > 0 \end{array} \end{aligned}$$

$$\text{ช่วง } x < -1$$

$$\begin{aligned} -(x + 1) - (x - 2) < 4 \\ \rightarrow x > -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\text{ช่วง } -1 < x < 2$$

$$\begin{aligned} (x + 1) - (x - 2) < 4 \\ \rightarrow 3 < 4 \end{aligned}$$

$$\text{ช่วง } x > 2$$

$$\begin{aligned} (x + 1) + (x - 2) < 4 \\ \rightarrow x < \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\text{จะได้ } x \in \left[-1, \frac{5}{2}\right)$$



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### การแก้สมการเลขยกกำลัง

การแก้สมการเลขยกกำลัง

เลขยกกำลังธรรมดา

$$8^{2x+4} = 4^{1-2x}$$

$$2^{3(2x+4)} = 2^{2(1-2x)}$$

$$3(2x + 4) = 2(1 - 2x)$$

$$6x + 12 = 2 - 4x$$

$$x = -1$$

ผลบวกเลขยกกำลัง

$$4^x + 8 = 6 \cdot 2^x$$

$$(2^x)^2 - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$$

$$a = 2^x \rightarrow a^2 - 6a + 8 = 0$$

$$(a - 4)(a - 2) = 0$$

$$a = 2, \quad a = 4$$

$$2^x = 2, \quad 2^x = 4$$

$$x = 1, \quad x = 2$$

จากการตรวจคำตอบ  $x = 1, 2$

การแก้สมการที่ติดราก

ยกกำลังสอง

$$\sqrt{x - 5} = x - 7$$

$$(\sqrt{x - 5})^2 = (x - 7)^2$$

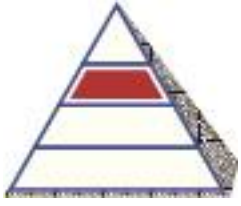
$$x - 5 = x^2 - 14x + 49$$

$$0 = x^2 - 15x + 54$$

$$0 = (x - 9)(x - 6)$$

$$x = 9, \quad x = 6$$

จากการตรวจคำตอบ  $x = 9$  เท่านั้น



# ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

## การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจ

- จัดข้อมูลที่โจทย์บอกทั้งหมดเป็นข้อๆ

### 2. สังเกตว่าโจทย์ถามอะไร

- กำหนดตัวแปร บางข้ออาจใช้ตัวแปรเดียว บางข้ออาจใช้หลายตัวแปร

### 3. วางแผนหาทางสู่คำตอบ

- ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มาช่วยวางแผน
- เมื่อเจอคีย์เวิร์ดอะไร ต้องนึกถึงสูตรหรือเนื้อหาของเรื่องนั้นให้ออก
- วิธีทำโจทย์ วิธีการแก้สมการต้องนำมาใช้

### 4. ลงมือทำโจทย์

- ห้ามแหกกฎคณิตศาสตร์
- ห้ามคิดเลขผิด



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### ความสัมพันธ์

- ความสัมพันธ์คืออะไร ความสัมพันธ์ระหว่างสองสิ่ง



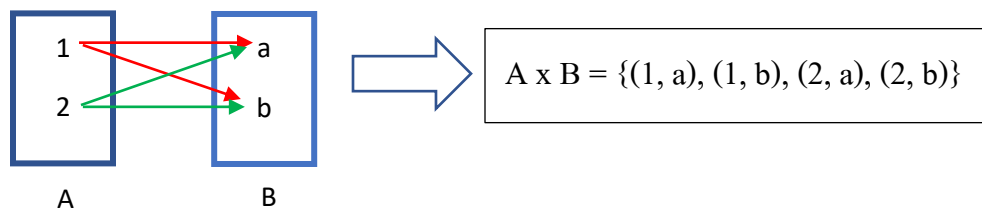
- คู่อันดับ

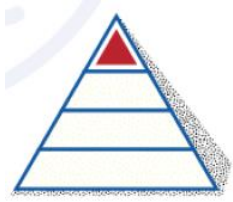
- จำนวนจริงสองตัวอยู่ในรูป  $(a, b)$
- $(a, b) = (c, d)$  เมื่อ  $a = c$  และ  $b = d$

- ผลคูณคาร์ทีเซียน

ผลคูณคาร์ทีเซียนของ A และ B ใช้สัญลักษณ์  $A \times B$  เรียก “เอ คูณ บี”

หาโดยจับคู่สมาชิกระหว่างสองเซตที่เป็นไปได้ทั้งหมดเป็น คู่อันดับ แล้วเขียนรวมกันในเซต





# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### ความสัมพันธ์

- ความสัมพันธ์ในคณิตศาสตร์

เขียนแทนด้วย  $r$  เป็นการเขียนความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกในเซตสองเซต เช่น **ขนาดบ้าน VS ราคาค่าบ้าน**  
หรือ **ความขยัน VS คะแนนสอบ** ในรูปเซตของคู่อันดับ

$$r = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$$

ความสัมพันธ์เป็นเซตของผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตสองเซต

ถ้า  $r \subseteq A \times B$  จะเรียก  $r$  เป็นความสัมพันธ์จาก  $A$  ไป  $B$

ถ้า  $r \subseteq A \times A$  จะเรียกว่า  $r$  เป็นความสัมพันธ์ใน  $A$

- การเขียนความสัมพันธ์

- แบบแจกแจงสมาชิก เช่น  $r = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$

ขั้นตอนการเขียนความสัมพันธ์แบบแจกแจงของความสัมพันธ์จาก  $A$  ไป  $B$

- 1) หาผลคูณคาร์ทีเซียนของ  $A \times B$
- 2) เลือกหยิบสมาชิกใน  $A \times B$  ที่เข้าเงื่อนไขมาเขียนเป็นเซต

- แบบบอกเงื่อนไข

$$r = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x^2\} \text{ หรือ } r = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B \text{ และ } y = x^2\}$$

กรณีเซต  $A$  และ  $B$  เป็นเซตจำนวนจริง  $R$  สามารถเขียนเป็น  $r = \{(x, y) \mid y = x^2\}$  หรือ  $y = x^2$

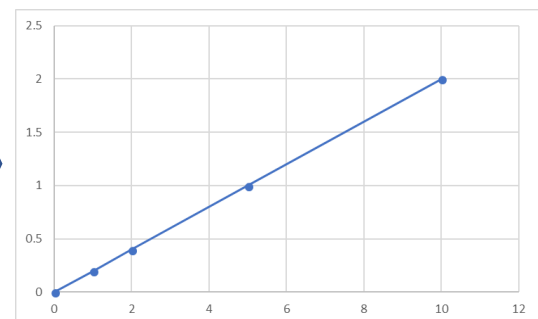
- เขียนกราฟความสัมพันธ์

ขั้นตอนการเขียนกราฟความสัมพันธ์

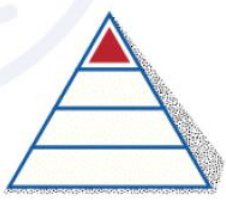
- 1) สุ่มเลือก ค่า  $x$  มา 4 – 5 ค่าแล้ว  
แทนในสมการความสัมพันธ์หาคู่อันดับ
- 2) เขียนจุดบนกราฟตามค่าในคู่อันดับ  
แล้วลากเส้นผ่านแต่ละจุด

$$r = \{(x, y) \mid y = 1/5x\}$$

| x  | y   | (x,y)   |
|----|-----|---------|
| 0  | 0   | (0,0)   |
| 1  | 0.2 | (1,0.2) |
| 2  | 0.4 | (2,0.4) |
| 5  | 1   | (5,1)   |
| 10 | 2   | (10,2)  |







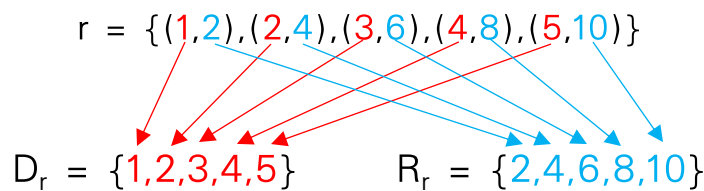
# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### ความสัมพันธ์

#### ● โดเมน และ เรนจ์

- โดเมน  $D_r$  คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของความสัมพันธ์  $x$  ที่เป็นไปได้
- เรนจ์  $R_r$  คือ เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของความสัมพันธ์  $y$  ที่เป็นไปได้



#### ● การหา โดเมน และ เรนจ์

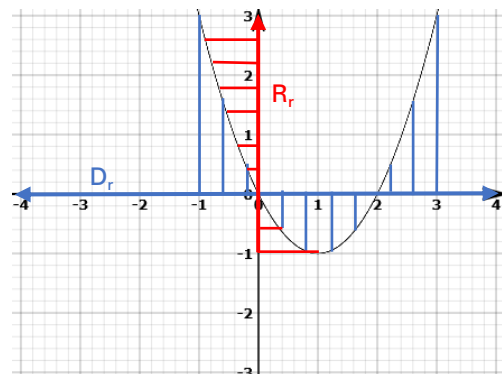
จากการพิจารณาช่วงค่า

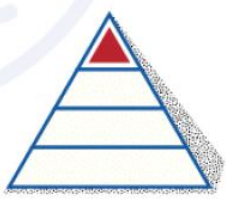
จากการพิจารณากราฟ

- 1) สำหรับโดเมน จัดรูปสมการให้อยู่ในรูป  $y = \dots \sqrt{x}$   
สำหรับเรนจ์ จัดรูปสมการให้อยู่ในรูป  $x = \dots \frac{y^2}{2}$
- 2) หาช่วงของค่า  $x$  และ  $y$  ที่เป็นไปได้ทั้งหมดโดย  
เช็คเงื่อนไขต่าง ๆ ในสมการได้แก่
  - a.  $A = B^n$  โดย  $n$  เป็นเลขคู่  $A$  ห้ามเป็นลบ
  - b.  $A = \sqrt[n]{B}$  โดย  $n$  เป็นเลขคู่  $A$  ห้ามเป็นลบ
  - c.  $A = |B|$   $A$  ห้ามเป็นลบ
  - d. สำหรับเศษส่วน ตัวส่วนห้ามเท่ากับ 0  $\frac{a}{b} \quad b \neq 0$
  - e. สำหรับ  $\sqrt[n]{A}$  โดย  $n$  เป็นเลขคู่  $A$  ห้ามเป็นลบ

$$A \geq 0$$

ดูว่ากราฟคลุมแกน X (โดเมน) และ Y (เรนจ์) ช่วง  
ไหนบ้าง อาจจะใช้ลากเส้นจากกราฟไปตั้งฉากกับแกน  
ส่วนที่มีเส้นไปตั้งฉากคือช่วงของค่าที่เป็นไปได้





# ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

## ฟังก์ชัน

- ความหมายของฟังก์ชัน

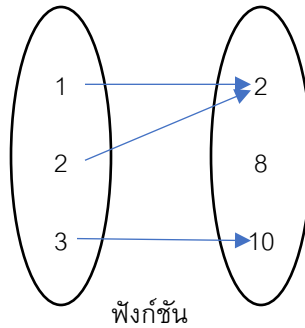
$r_1 = \{(1,0), (1,2)\}$  ไม่ใช่ฟังก์ชัน |  $r_2 = \{(1,0), (2,2)\}$  ฟังก์ชัน

ฟังก์ชัน คือความสัมพันธ์ที่สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียว

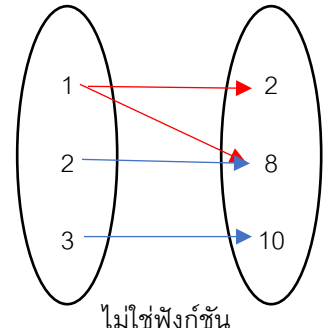
- การตรวจสอบความเป็นฟังก์ชัน

- พิจารณาจากความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิก

1) วาดแผนภาพแสดงการจับคู่ของสมาชิกโดเมน และสมาชิกเรนจ์  
2) ถ้าไม่มีสมาชิกตัวหน้า(โดเมน)ตัวใดจับคู่กับสมาชิกตัวหลัง(เรนจ์)มากกว่า 1 ตัว แสดงว่าความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชัน



ฟังก์ชัน



ไม่ใช่ฟังก์ชัน

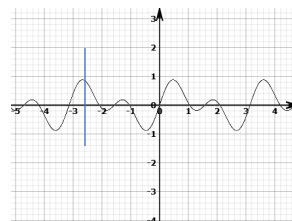
- พิจารณาจากความสัมพันธ์แบบให้เงื่อนไข

1) จัดรูปให้ y อยู่ในรูปของตัวแปร x  $y = x^2, y = x + 1$   
2) ถ้ามีค่าแทนลงใน x แล้วทำให้หา y ได้มากกว่า 1 ค่า แสดงว่าความสัมพันธ์ไม่ใช่ฟังก์ชัน

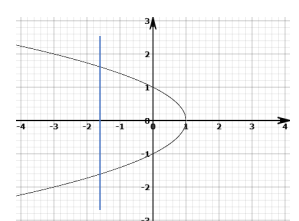
ข้อสังเกตสมการที่ไม่ใช่ฟังก์ชัน  
1) y ยกกำลังเลขคู่ เช่น  $y^2 = x$   
2) y ในค่าสมบูรณ์ เช่น  $|y| = x$

- พิจารณาจากกราฟความสัมพันธ์

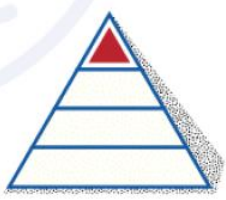
1) ลากเส้นขนานแกน Y (เส้นตั้ง) มาตัดกราฟของความสัมพันธ์ถ้าไม่มีเส้นที่ตัดกราฟมากกว่าหนึ่งจุดความสัมพันธ์จะเป็นฟังก์ชัน  
2) ถ้ามีเส้นที่ตัดกราฟมากกว่าหนึ่งจุดความสัมพันธ์จะไม่ใช่ฟังก์ชัน



ฟังก์ชัน



ไม่ใช่ฟังก์ชัน



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### ฟังก์ชัน

- สัญลักษณ์และการหาค่าของฟังก์ชัน

ถ้าให้  $f$  เป็นฟังก์ชันโดย  $(x,y)$  เป็นสมาชิกของ  $f$  ค่า  $y$  ซึ่งเป็นค่าของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$  จะเขียนแทนด้วย  $f(x)$  อ่านว่า เอฟของเอกซ์ หรือ เอฟเอกซ์

$g(x), h(x)$

- ค่าของฟังก์ชันแบบแจกแจง

ในการหาค่า  $f(x)$  คือค่า  $y$  โดยที่ค่า  $x$  อยู่ในคู่อันดับเดียวกัน

ตัวอย่าง ถ้าให้  $f = \{(0,2), (1,3), (2,4), (3,5)\}$  แล้ว  $f(1) = 3$

- ค่าของฟังก์ชันแบบบอกเงื่อนไขหรือสมการ

ฟังก์ชันแบบบอกเงื่อนไข  $f = \{(x, y) | y=x+1\}$  เขียนแทนด้วย  $y=x+1$  หรือ  $f(x) = x+1$

หาค่าของฟังก์ชันโดยแทน  $x$  ใน  $f(x)$  ในสมการเงื่อนไขของฟังก์ชัน

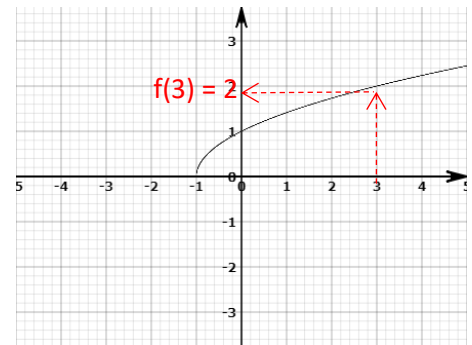
เช่น ค่าของฟังก์ชันที่  $x = 5$  หรือ  $f(5) = (5) + 1 = 6$

- ค่าของฟังก์ชันจากกราฟ

1) ในการหา  $f(k)$  ลากเส้นจากแกน  $x$  ที่  $x = k$  ไปที่กราฟฟังก์ชัน

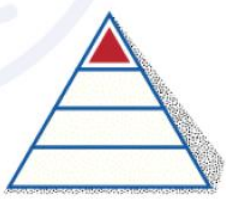
2) ลากจากจุดบนกราฟในขั้นตอนแรกไปตั้งฉากแกน  $y$

ค่า  $f(k)$  จะเท่ากับ  $y$  บนแกน  $y$



- โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันเหมือนกับของความสัมพันธ์เนื่องจากฟังก์ชันเป็นความสัมพันธ์ประเภทหนึ่ง



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### ฟังก์ชันเชิงเส้น

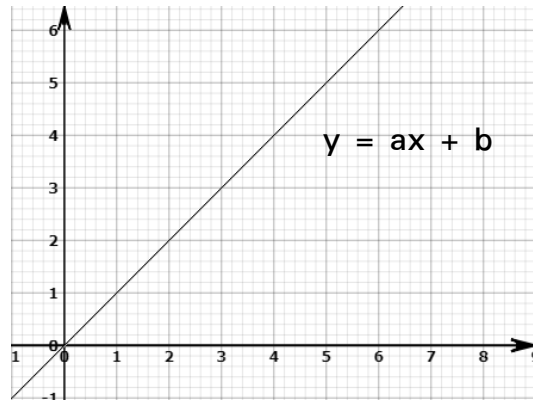
#### ● สมการของฟังก์ชันเชิงเส้น

ฟังก์ชันเชิงเส้น คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป

$$f(x) = ax + b \text{ หรือ } y = ax + b$$

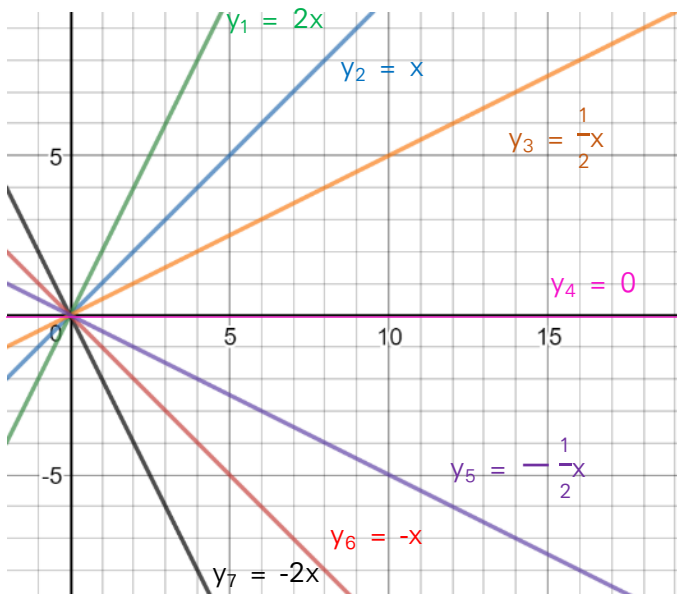
โดยที่  $a$  และ  $b$  เป็นค่าคงตัวที่เป็นจำนวนจริง

กราฟของฟังก์ชันนี้จะเป็นเส้นตรง



#### ● ความชันของกราฟฟังก์ชันเชิงเส้น

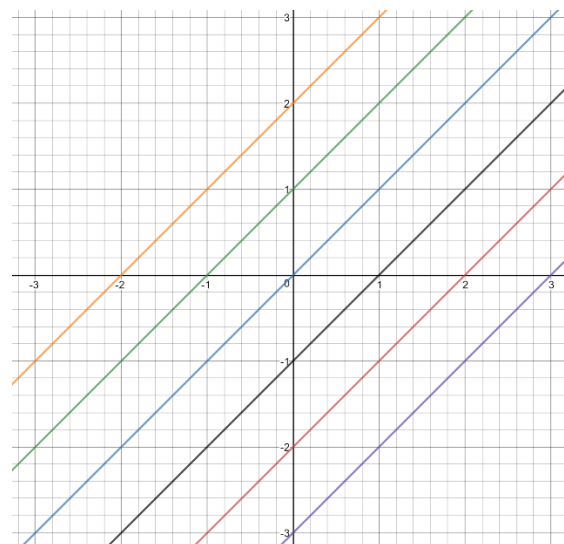
ความชันของกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นจะแปรผันตามค่า  $a$  ใน  $y = ax + b$



#### ● จุดตัดแกนของกราฟฟังก์ชันเชิงเส้น

สำหรับฟังก์ชัน  $y = ax + b$

- จุดตัดแกน Y ที่ค่า  $y = b$  หรือที่จุด  $(0, b)$
- จุดตัดแกน X ที่ค่า  $x = -\frac{b}{a}$  หรือที่จุด  $(-\frac{b}{a}, 0)$



$$y_1 = x + 2$$

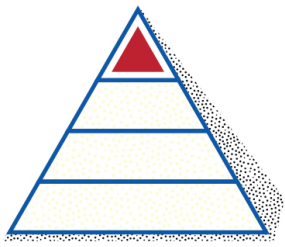
$$y_2 = x + 1$$

$$y_3 = x$$

$$y_4 = x - 1$$

$$y_5 = x - 2$$

$$y_6 = x - 3$$



# ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง (พาราโบลา)

รูปแบบทั่วไป  $y = ax^2 + bx + c ; a \neq 0$

หงาย  $a > 0$       คว่ำ  $a < 0$

แคบ  $a$  มาก      กว้าง  $a$  น้อย

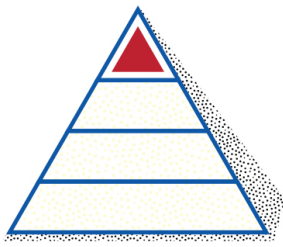
$$y = a(x - h)^2 + k$$

จุดวกกลับ  $(h, k)$

การหาจุดวกกลับโดยใช้สูตร

กราฟ  $y = ax^2 + bx + c$

จะมีจุดวกกลับอยู่ที่  $\left( \frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$

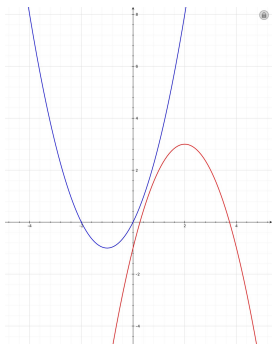


# ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

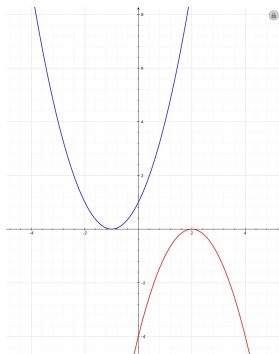
## 1. การแก้สมการโดยใช้กราฟ

คำตอบของสมการกำลังสองคือจุดตัดแกน  $x$

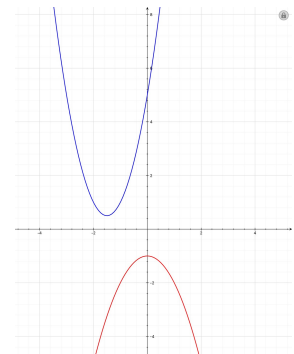
- มี 2 คำตอบ



- มี 1 คำตอบ



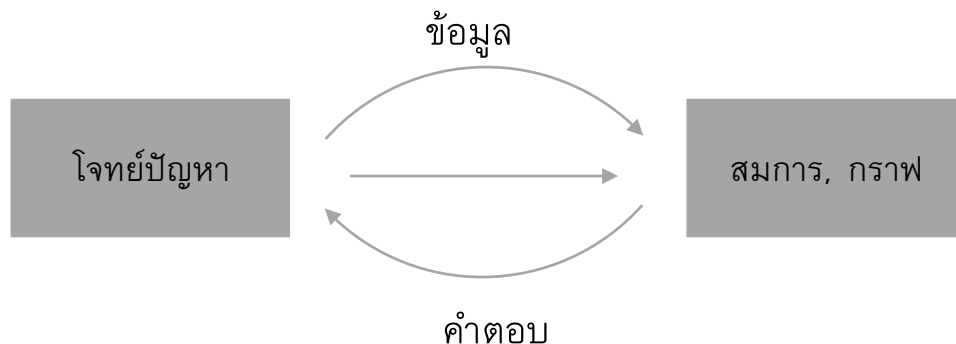
- ไม่มีคำตอบ

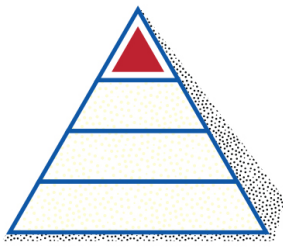


## 2. การแก้อสมการโดยใช้กราฟ

- สร้างกราฟพาราโบลา
- สนใจพื้นที่เหนือหรือใต้แทน  $x$
- คำตอบเป็นช่วง

## 3. การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ





# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเลขยกกำลัง

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ ครั้ง}}$$

$$a^0 = 1 ; a \neq 0$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

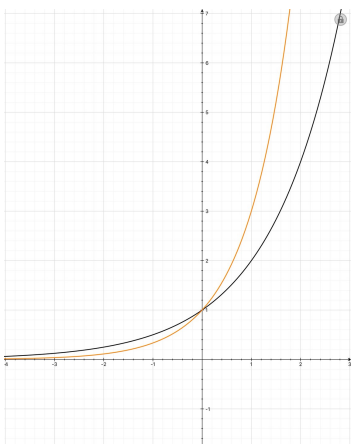
รูปพื้นฐาน

$$y = a^x$$

;  $a > 0$  และ  $a \neq 1$

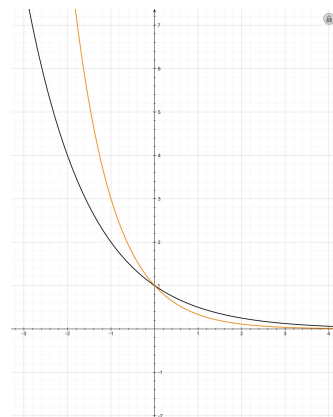
กรณี  $a > 1$

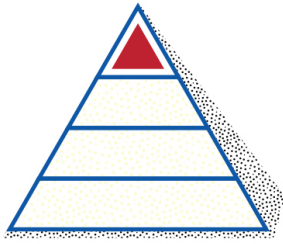
$$y = 3^x \quad y = 2^x$$



กรณี  $a < 1$

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$





# ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

สมการเอกซ์โพเนนเชียล

$$a^x = a^y \text{ ก็ต่อเมื่อ } x = y \quad (a \neq 1, a > 0)$$

การเปรียบเทียบค่าของเลขยกกำลัง

กรณี ฐานเท่ากัน

$$a > 1$$

$$a < 1$$

$$a^x > a^y \text{ ก็ต่อเมื่อ } x > y$$

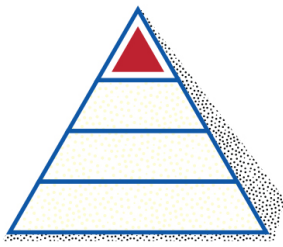
$$a^x < a^y \text{ ก็ต่อเมื่อ } x > y$$

กรณี เลขชี้กำลังเท่ากัน

$$\text{ถ้า } x > 0 \quad a^x > b^x \text{ ก็ต่อเมื่อ } a > b$$

$$\text{ถ้า } x < 0 \quad a^x < b^x \text{ ก็ต่อเมื่อ } a > b$$



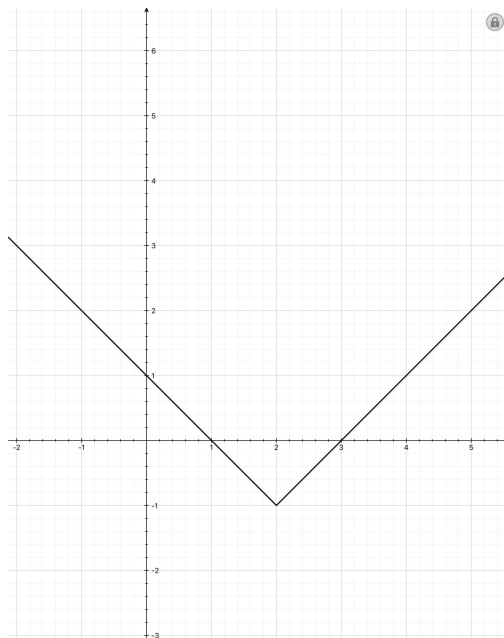


# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

บททวน  $|a| = \begin{cases} a & , a \geq 0 \\ -a & , a < 0 \end{cases}$

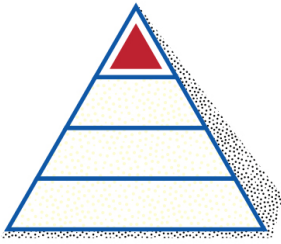
รูปพื้นฐาน  $y = |x - a| + c$



จะมีการหักงอที่จุด  $(a, c)$

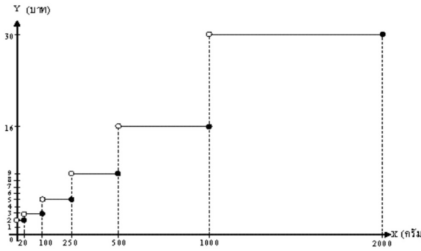
$$D_f = \{x \mid x \in R\}$$

$$R_f = \{y \mid y \in R, y \geq c\}$$



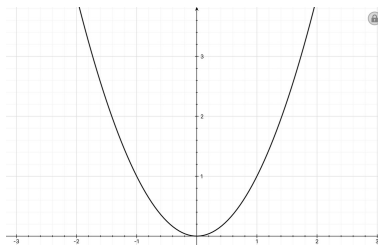
# ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

ฟังก์ชันขั้นบันได



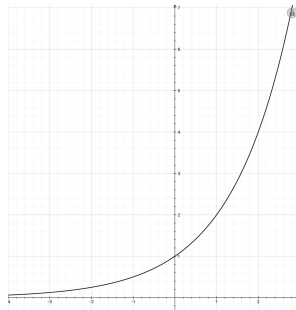
$$f(x) = \begin{cases} a & , \quad x \dots \\ b & , \quad x \dots \\ c & , \quad x \dots \end{cases}$$

ฟังก์ชันกำลังสอง



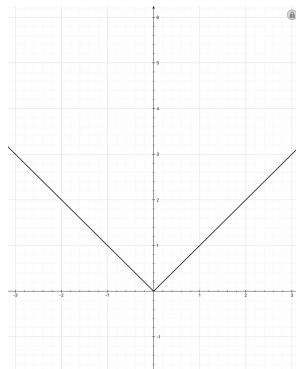
$$y = x^2$$

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

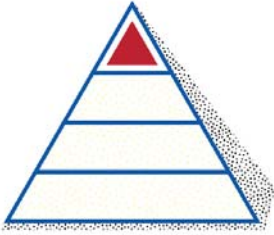


$$y = a^x$$

ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์



$$y = |x|$$



## ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

หัวข้อ: อัตราส่วนตรีโกณมิติ

## อัตราส่วนตรีโกณมิติ

นิยามอัตราส่วนตรีโกณมิติ sin, cos, tan

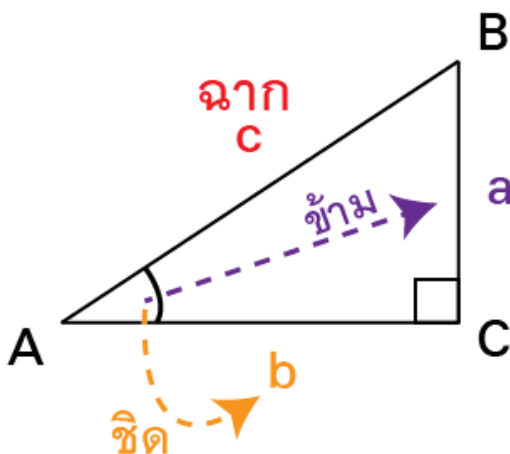
อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45°, 60°

โจทย์เรขาคณิตกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ

การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปประยุกต์ใช้

สรุปเนื้อหาหน้าเดียว นิยามอัตราส่วนตรีโกณมิติ sin, cos, tan

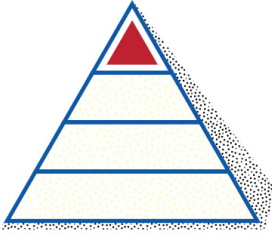
| sin  | cos | tan  |
|------|-----|------|
| ข้าม | ชิด | ข้าม |
| ฉาก  | ฉาก | ชิด  |



$$\sin A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos A = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}} = \frac{a}{b}$$



# ONE-PAGE

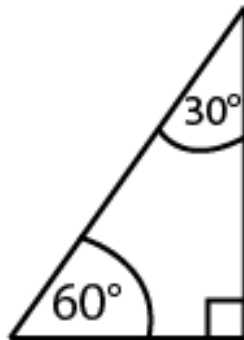
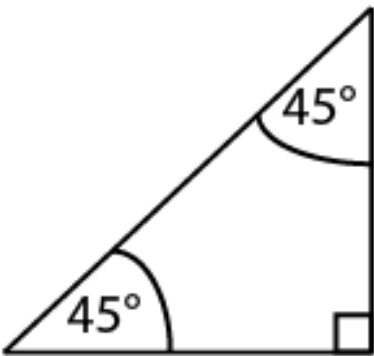
## ไว้หน้าเดียว

หัวข้อ: อัตราส่วนตรีโกณมิติ

### อัตราส่วนตรีโกณมิติ

- นิยามอัตราส่วนตรีโกณมิติ sin, cos, tan
- อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$
- โจทย์เรขาคณิตกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ
- การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปประยุกต์ใช้

### สรุปเนื้อหาหน้าเดียว อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$



$\sin 30^\circ =$

$\sin 45^\circ =$

$\sin 60^\circ =$

$\cos 30^\circ =$

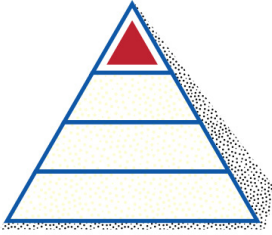
$\cos 45^\circ =$

$\cos 60^\circ =$

$\tan 30^\circ =$

$\tan 45^\circ =$

$\tan 60^\circ =$

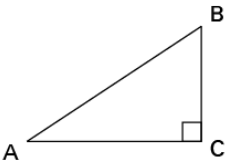


## ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

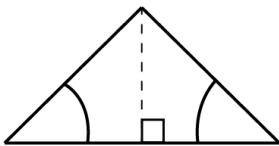
หัวข้อ: อัตราส่วนตรีโกณมิติ

สรุปเนื้อหาหน้าเดียว โจทย์เรขาคณิตกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ

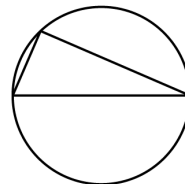
**ทฤษฎีบทพีทาโกรัส:** ด้านตรงข้ามมุมฉากกำลังสอง เท่ากับ ประกอบมุมฉากกำลังสองบวกกันมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม**บวกกันได้ 180 องศา**

$$\text{พื้นที่สามเหลี่ยม} = \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$$

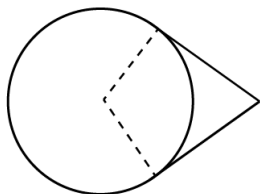
แหล่งรวมมุมฉากในเรขาคณิต



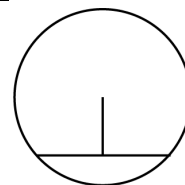
ส่วนสูงของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะตั้งฉากกับฐาน



มุมในครึ่งวงกลม เป็น มุมฉาก

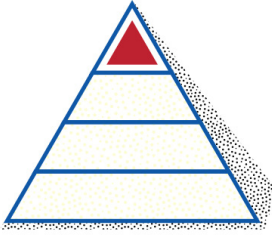


รัศมีจะตั้งฉากกับเส้นสัมผัสที่จุดสัมผัส



เส้นแบ่งครึ่งตั้งฉากกับคอร์ด จะผ่านจุด

ศูนย์กลาง

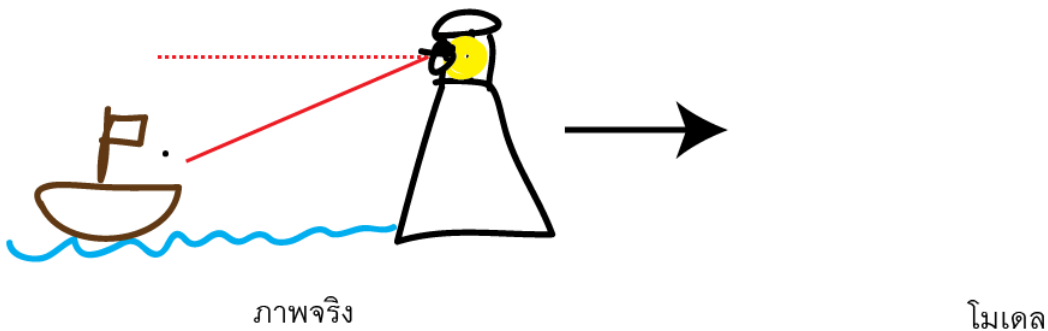
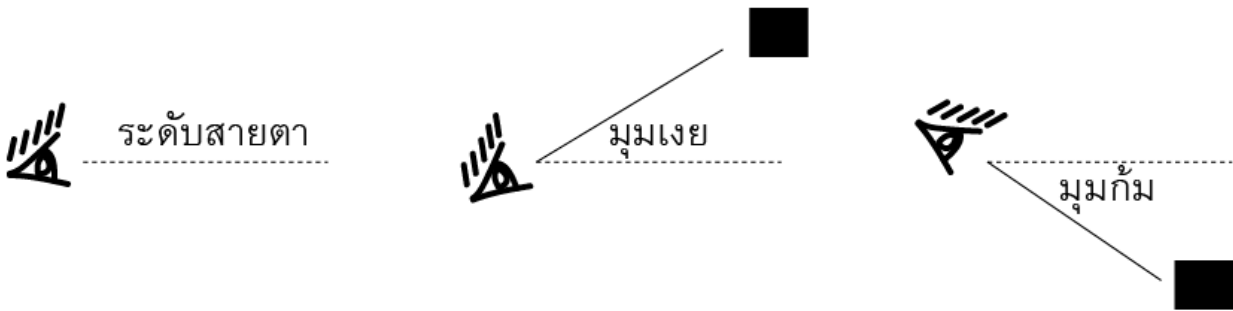


# ONE-PAGE

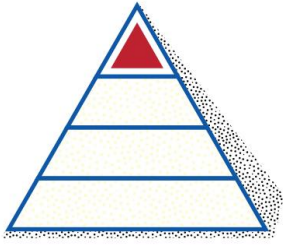
## ไว้หน้าเดียว

หัวข้อ: อัตราส่วนตรีโกณมิติ

สรุปเนื้อหาหน้าเดียว การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปประยุกต์ใช้

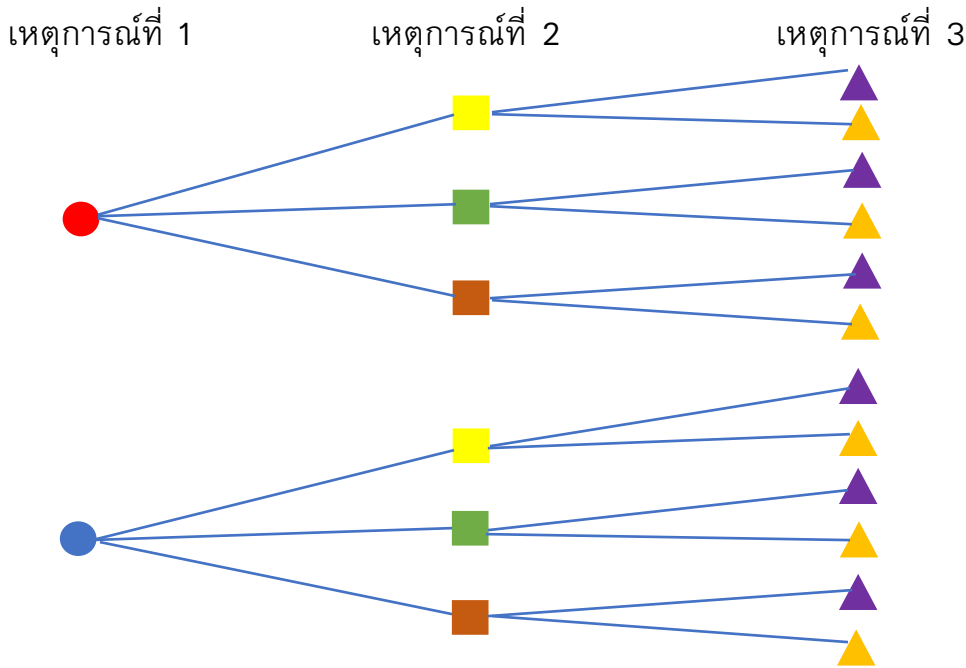


ในการโมเดลโจทย์คณิตศาสตร์ หากโจทย์ไม่ระบุขนาด ให้โมเดลเป็นจุดและเส้น ไม่มีความหนา

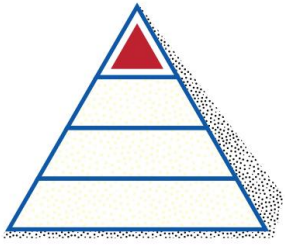


# ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

1. แผนภาพต้นไม้ไม่ทำให้เรามองเห็นภาพของผลลัพธ์ในแต่ละเหตุการณ์ได้อย่างชัดเจน โดยการวาดเป็นลักษณะ \_\_\_\_\_ และนับจำนวนวิธีทั้งหมดได้  
อย่างง่ายโดยการนับจาก \_\_\_\_\_ แต่ในบางเหตุการณ์จะใช้  
เวลามากเกินไป
2. จากแผนภาพต้นไม้ จะสามารถมองการหาจำนวนวิธีทั้งหมดได้โดยการนำจำนวน  
ผลลัพธ์ในแต่ละเหตุการณ์มา \_\_\_\_\_ กัน



รวมมีทั้งหมด  $2 \times 3 \times 2 = 12$  วิธี

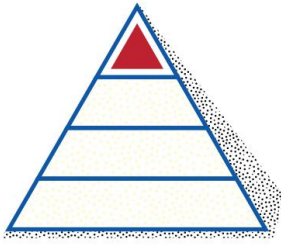


# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

1. ถ้าทำงาน  $k$  งานที่แตกต่างกัน เราจะนำจำนวนวิธีของแต่ละงานมา \_\_\_\_\_ กัน
2. ถ้างานมีอยู่  $k$  ชนิดที่ต่อเนื่องกัน เราจะนำจำนวนวิธีของแต่ละชนิดมา \_\_\_\_\_ กัน จนกว่างานจะเสร็จ





# ONE-PAGE

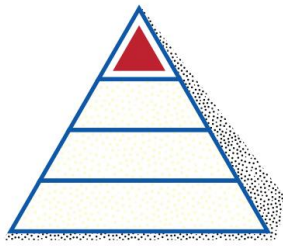
## ไว้หน้าเดียว

1. ถ้านำสิ่งของ  $r$  สิ่งจากของทั้งหมด  $n$  สิ่งมาเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นจะได้

ทั้งหมด.....วิธี

2. ถ้านำสิ่งของ  $n$  สิ่งมาจัดเรียงเป็นวงกลมจะได้

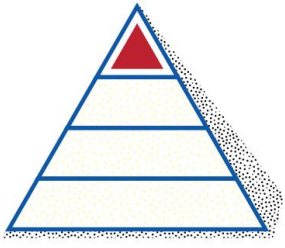
ทั้งหมด.....วิธี



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

1. ถ้านำสิ่งของ  $r$  สิ่งจากของทั้งหมด  $n$  สิ่งมาจัดเป็นหมู่ หรือ ที่เรียกอีกอย่างว่า ..... จะได้ ทั้งหมด.....วิธี
2. การจัดเรียงสับเปลี่ยน vs การจัดหมู่



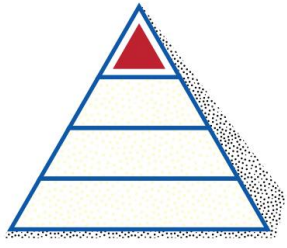
# ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

การทดลองสุ่ม คือ

.....  
.....  
.....

S แทน.....

n(S) แทน.....

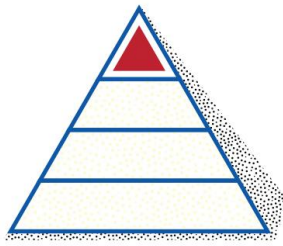


# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

ความสัมพันธ์ระหว่าง E และ S

ความสัมพันธ์ระหว่าง  $n(E)$  และ  $n(S)$



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

1. ถ้ากล่าวถึงความน่าจะเป็นเราจะให้  $S$  แทน.....

$E$  แทน.....

$n(S)$  แทน.....

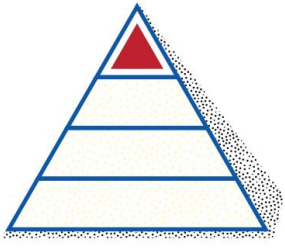
$n(E)$  แทน.....

โดยความน่าจะเป็นของเหตุการณ์  $E$  คือ .....

2. สำหรับการหา  $n(E)$  และ  $n(S)$  หาได้โดย

1.

2.

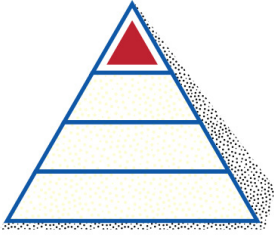


# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

1. สมบัติของความน่าจะเป็นจะเกี่ยวข้องกับ ทฤษฎี.....

2. ให้มอง  $P(A)$  เหมือนกับ .....ในทฤษฎี.....



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

หัวข้อ: สถิติ

### สรุปเนื้อหาหน้าเดียว ข้อมูลและระเบียบวิธีการทางสถิติ

#### ระเบียบวิธีการทางสถิติ

1. การเก็บรวบรวมข้อมูล
2. การนำเสนอข้อมูล
3. การวิเคราะห์ข้อมูล
4. การตีความข้อมูล

#### สถิติแบ่งตามประเภท

1. **สถิติเชิงพรรณนา** = สถิติเพื่อการอธิบายภาพกว้างของข้อมูล
2. **สถิติเชิงอนุมาน** = สถิติที่ศึกษาตัวอย่างเพื่ออ้างอิงข้อสรุปที่เกี่ยวกับข้อมูลทั้งหมด

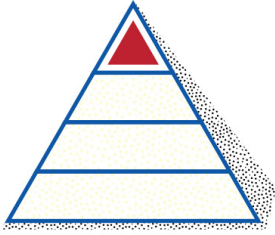
#### การจำแนกข้อมูล

##### จำแนกตามวิธีการเก็บรวบรวม

1. **ข้อมูลปฐมภูมิ** (Primary Data) คือ ข้อมูลที่เก็บรวบรวมเองจากแหล่งข้อมูลโดยตรง
2. **ข้อมูลทุติยภูมิ** (Secondary Data) คือ ข้อมูลที่เอามาจากแหล่งอื่นที่มีผู้เก็บรวบรวมไว้ให้แล้ว

##### จำแนกตามลักษณะของข้อมูล

1. **ข้อมูลเชิงคุณภาพ** (Qualitative Data) คือ ข้อมูลที่บอกคุณสมบัติ (ไม่เป็นตัวเลข)
2. **ข้อมูลเชิงปริมาณ** (Quantitative Data) คือ ข้อมูลที่ได้จากการชั่ง ตวง วัด (เป็นตัวเลข บวกลบคูณหารเปรียบเทียบได้)



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

หัวข้อ: สถิติ

สรุปเนื้อหาหน้าเดียว ตารางแจกแจงความถี่

ตัวอย่าง

| คะแนนสอบ | ความถี่ | ความถี่สะสม |
|----------|---------|-------------|
| 1-5      | 4       | 4           |
| 6-10     | 4       | 8           |
| 11-15    | 5       | 13          |
| 16-20    | 2       | 15          |

กลุ่มที่ 1

$$\text{ความถี่สัมพัทธ์} = \frac{\text{ความถี่ของอัตราภาคนั้น}}{\text{ผลรวมความถี่ทั้งหมด}} = \frac{f}{N}$$

$$\text{ร้อยละของความถี่สัมพัทธ์} = \frac{f}{N} \times 100\%$$

$$\text{ความถี่สะสมสัมพัทธ์} = \frac{\text{ความถี่สะสมของอัตราภาคนั้น}}{\text{ผลรวมความถี่ทั้งหมด}} = \frac{F}{N}$$

$$\text{ความถี่สะสมสัมพัทธ์} = \frac{F}{N} \times 100\%$$

กลุ่มที่ 2

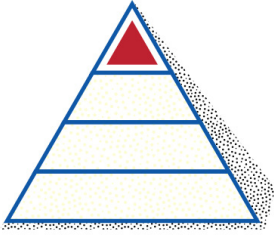
$$\text{ขอบล่าง (L)} \text{ คือ } \frac{\text{ค่าน้อยสุดของชั้น} + \text{ค่ามากที่สุดของชั้นก่อนหน้า}}{2}$$

$$\text{ขอบบน (U)} \text{ คือ } \frac{\text{ค่ามากที่สุดของชั้น} + \text{ค่าน้อยสุดของชั้นถัดไป}}{2}$$

$$\text{จุดกึ่งกลางชั้น (x}_i\text{)} \text{ คือ } \frac{\text{ขอบบน} + \text{ขอบล่าง}}{2}$$

ความกว้างของอัตราภาคนั้น ( $I$ ) คือ ขอบบน - ขอบล่าง





# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

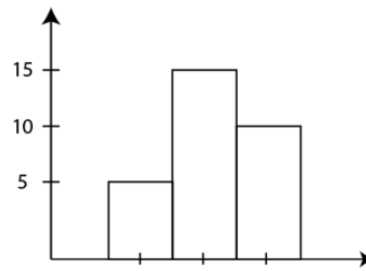
หัวข้อ: สถิติ

### สรุปเนื้อหาหน้าเดียว ฮิสโทแกรมและแผนภาพต้นไม้

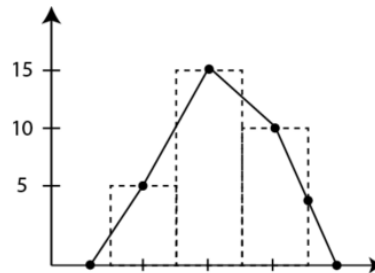
ฮิสโทแกรม (Histogram) คือ แผนภูมิแท่งแสดงข้อมูล โดยที่

1. แท่งแต่ละแท่ง คือ อัตราภาคชั้นของข้อมูล
2. ความสูงของแท่ง คือ ความถี่ในชั้นนั้นๆ
3. ความกว้างของแท่ง คือ ความกว้างชั้น

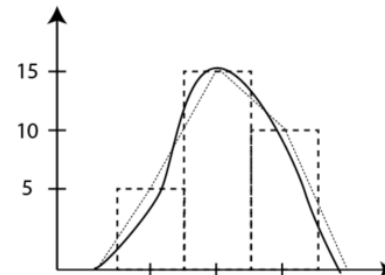
| ค่าข้อมูล | ความถี่ |
|-----------|---------|
| 1-10      | 5       |
| 11-20     | 15      |
| 21-30     | 10      |



รูปหลายเหลี่ยมความถี่ (Frequency Polygon) คือ รูปที่ได้จากการลากเส้นเชื่อมจุดกึ่งกลางของแท่งฮิสโทแกรม



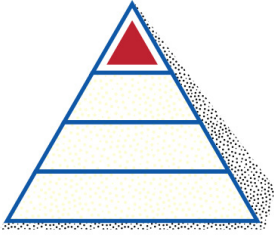
เส้นโค้งความถี่ (Frequency Curve) คือ รูปหลายเหลี่ยมความถี่ที่ปรับเป็นเส้นโค้ง



### แผนภาพต้นไม้

ข้อมูล 8 24 27 35 112 →

| ต้น | ใบ  |
|-----|-----|
| 0   | 8   |
| 2   | 4 7 |
| 3   | 5   |
| 11  | 2   |



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

หัวข้อ: สถิติ

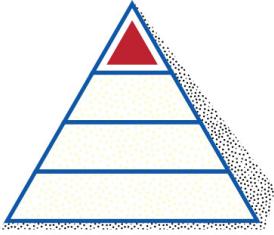
สรุปเนื้อหาหน้าเดียว ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ ค่าที่ได้จากการนำข้อมูลทุกตัวมา**บวกกันแล้วหารเฉลี่ย**ด้วยจำนวนข้อมูลส่วนใหญ่เขียนแทนด้วย  $\bar{x}$

หากข้อมูล  $N$  จำนวนแทนด้วย  $x_1, x_2, \dots, x_N$

$$\bar{x} = \frac{\text{ผลบวกข้อมูล}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} = \frac{\sum x_i}{N}$$

$$\sum x_i = N\bar{x}$$



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

หัวข้อ: สติ

สรุปเนื้อหาหน้าเดียว ค่าเฉลี่ยเลขคณิตธรรมดา กับ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตแบบธรรมดา

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}$$

ใช้ในกรณีที่ข้อมูลทุกตัวมีความสำคัญเท่ากัน

ค่าน้ำหนัก (Weight) คือ ค่าความสำคัญของข้อมูล เช่น ค่าหน่วยกิต

ส่วนใหญ่เขียนแทนด้วย  $w_1, w_2, \dots, w_N$

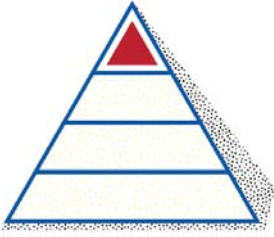
หากข้อมูลแต่ละข้อมูลสำคัญไม่เท่ากัน (เช่น หน่วยกิตรายวิชา) โดยแต่ละข้อมูลมีค่าน้ำหนัก จะต้องหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักแทน

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

ให้  $w_1, w_2, \dots, w_N$  เป็นน้ำหนักของข้อมูล  $x_1, x_2, \dots, x_N$

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก } \bar{x}_{\text{weight}} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_Nx_N}{w_1 + w_2 + \dots + w_N} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

ใช้ในกรณีที่ข้อมูลทุกตัวมีความสำคัญไม่เท่ากัน



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

หัวข้อ: สถิติ

สรุปเนื้อหาหน้าเดียว ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตารางแจกแจงความถี่

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตารางแจกแจงความถี่

$$\bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_Nx_N}{N} = \frac{\sum f_i x_i}{N}$$

โดยที่  $f_i$  แทนความถี่ชั้นที่  $i$

$x_i$  แทนจุดกึ่งกลางชั้นที่  $i$

$N$  แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมด

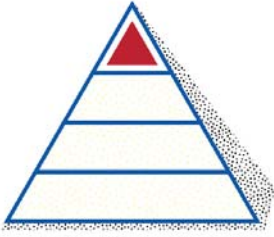
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตารางแจกแจงความถี่ (สูตรลดทอน)

$$\bar{x} = a + I \cdot \bar{d} = a + I \cdot \frac{\sum f_i d_i}{N}$$

เมื่อ  $a$  = ค่าลดทอน

$I$  = ความกว้างชั้น

$d_i$  = ผลต่างชั้น



## ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

หัวข้อ: สถิติ

สรุปเนื้อหาหน้าเดียว ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$$\bar{x} = \frac{\text{ผลบวกข้อมูล}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \frac{\sum x_i}{N}$$

\*ใช้เมื่อข้อมูลทุกตัวมีความสำคัญเท่ากัน

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

$$\bar{x}_{weight} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_Nx_N}{w_1 + w_2 + \dots + w_N} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

\*ใช้เมื่อข้อมูลมีความสำคัญไม่เท่ากัน เช่น การหาเกรดเฉลี่ยโดยที่มีหน่วยกิต

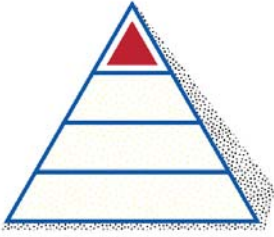
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตารางแจกแจงความถี่

$$\bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_Nx_N}{N} = \frac{\sum f_i x_i}{N}$$

การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม

$$\bar{x}_{รวม} = \frac{\sum x_{รวม}}{N_{รวม}} = \frac{N_1\bar{x}_1 + N_2\bar{x}_2 + \dots + N_k\bar{x}_k}{N_1 + N_2 + \dots + N_k}$$

โดยที่  $N_i$  แทนจำนวนสมาชิกกลุ่มที่  $i$  $\bar{x}_i$  แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของชั้นที่  $i$



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

หัวข้อ: สถิติ

สรุปเนื้อหาหน้าเดียว ค่ากลางของข้อมูล

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$$\bar{x} = \frac{\text{ผลบวกข้อมูล}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \frac{\sum x_i}{N}$$

มัธยฐาน คือ ข้อมูลที่อยู่ตรงกลาง เมื่อเรียงจากน้อยไปมาก

ในกรณีข้อมูล  $N$  จำนวน

$$\text{ตำแหน่งของมัธยฐาน} = \frac{N+1}{2}$$

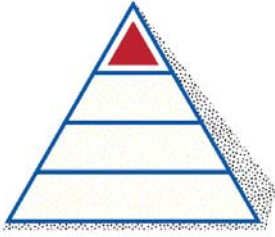
$$\text{Med} = \text{ข้อมูลที่อยู่ในตำแหน่ง } \frac{N+1}{2}$$

\*หากตำแหน่งมัธยฐานอยู่ระหว่างข้อมูล 2 ค่า ให้นำข้อมูล 2 ค่านั้นมาเฉลี่ย (บวกกันแล้วหารด้วย 2)

ฐานนิยม คือ ข้อมูลที่ซ้ำมากที่สุด

หากมีข้อมูลที่ซ้ำมากที่สุดเท่ากัน 2 ตัว ให้ตอบว่าทั้งสองตัวเป็นฐานนิยม

หากมีข้อมูลที่ซ้ำมากที่สุดเท่ากัน 3 ตัวขึ้นไป ให้ตอบว่า “ไม่มีฐานนิยม”



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

หัวข้อ: สกิติ

สรุปเนื้อหาหน้าเดียว การเลือกใช้ค่ากลางของข้อมูล

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

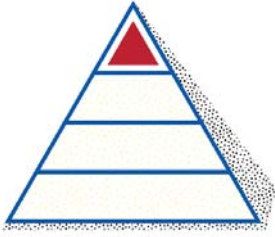
| ข้อดี                        | ข้อเสีย  |
|------------------------------|--|
| การคำนวณไม่ยุ่งยาก           | ใช้ได้กับข้อมูลเชิงปริมาณเท่านั้น                            |
| ใช้ข้อมูลครบทุกตัว           | ค่าที่ได้อาจไม่เท่ากับข้อมูลตัวใดตัวหนึ่ง                    |
| เป็นที่นิยม คนส่วนใหญ่รู้จัก | ถ้ามีข้อมูลที่แตกต่างจากข้อมูลตัวอื่นมากๆ จะมีผลต่อค่าเฉลี่ย |

มัธยฐาน

| ข้อดี   | ข้อเสีย   |
|---|---|
| สามารถหาได้ง่าย                                   | ใช้ได้กับข้อมูลเชิงปริมาณเท่านั้น                       |
| หากข้อมูลมีเป็นจำนวนคี่ มัธยฐานจะเป็นค่าของข้อมูล | หากมีข้อมูลมากๆ การจัดเรียงจะทำได้ลำบาก                 |
|   | หากข้อมูลมีเป็นจำนวนคู่ มัธยฐานอาจจะไม่เป็นค่าของข้อมูล |

ฐานนิยม

| ข้อดี                               | ข้อเสีย                                       |
|-------------------------------------|---|
| ใช้ได้กับข้อมูลเชิงปริมาณ และคุณภาพ | หากมีข้อมูลน้อยๆ ค่าที่ได้จะไม่ค่อยมีความหมาย |
| หาได้ง่าย                           | อาจมีฐานนิยมหลายค่า                           |
|                                     | อาจไม่มีฐานนิยม                               |



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

หัวข้อ: สถิติ

### สรุปเนื้อหาหน้าเดียว การวัดตำแหน่งข้อมูล

การวัดตำแหน่งข้อมูล แบ่งเป็น 3 แบบคือ

- |                               |                            |
|-------------------------------|----------------------------|
| 1. ควอร์ไทล์ (Quartile)       | แบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วน   |
| 2. เดไซล์ (Decile)            | แบ่งข้อมูลออกเป็น 10 ส่วน  |
| 3. เปอร์เซ็นไทล์ (Percentile) | แบ่งข้อมูลออกเป็น 100 ส่วน |

### การคำนวณหา

- เรียงลำดับค่าของข้อมูลจากน้อยไปมาก
- หาดำแหน่งดังนี้

$$\text{ตำแหน่ง } Q_r = \frac{r(N+1)}{4}$$

$$\text{ตำแหน่ง } D_r = \frac{r(N+1)}{10}$$

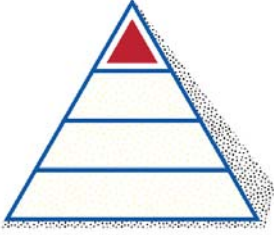
$$\text{ตำแหน่ง } P_r = \frac{r(N+1)}{100}$$

เมื่อ  $N$  คือจำนวนข้อมูลทั้งหมด

- คำนวณหาค่าของ  $Q_r, D_r, P_r$

หากตำแหน่งไม่เป็นจำนวนเต็ม ให้ใช้การเทียบบัญญัติไตรยางค์





# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

หัวข้อ: สถิติ

### สรุปเนื้อหาหน้าเดียว การวัดตำแหน่งข้อมูล

การวัดตำแหน่งข้อมูล แบ่งเป็น 3 แบบคือ

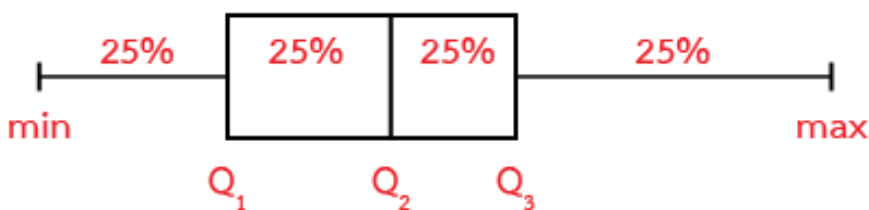
- |                               |                            |
|-------------------------------|----------------------------|
| 1. ควอร์ไทล์ (Quartile)       | แบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วน   |
| 2. เดไซล์ (Decile)            | แบ่งข้อมูลออกเป็น 10 ส่วน  |
| 3. เปอร์เซ็นไทล์ (Percentile) | แบ่งข้อมูลออกเป็น 100 ส่วน |

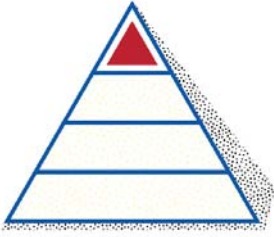
$$\text{ตำแหน่ง } Q_r = \frac{r(N+1)}{4}$$

$$\text{ตำแหน่ง } D_r = \frac{r(N+1)}{10}$$

$$\text{ตำแหน่ง } P_r = \frac{r(N+1)}{100}$$

แผนภาพกล่อง





# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

หัวข้อ: สถิติ

สรุปเนื้อหาหน้าเดียว การวัดการกระจายของข้อมูล

พิสัย = ข้อมูลที่มีค่ามากที่สุด - ข้อมูลที่มีค่าน้อยที่สุด = max - min

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน S.D.

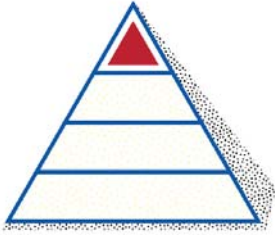
สูตรที่หนึ่งของ S.D.

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N}}$$

สูตรที่สองของ S.D.

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} - \bar{x}^2}$$

ความแปรปรวน (Variance) = ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานกำลังสอง  
= ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานแบบไม่ใส่รูท



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

หัวข้อ: สถิติ

สรุปเนื้อหาหน้าเดียว สรุปเนื้อหาสถิติที่สำคัญทั้งหมด

ค่ากลาง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$$\bar{x} = \frac{\text{ผลบวกข้อมูล}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}$$

มัธยฐาน คือ ข้อมูลที่อยู่ตรงกลาง เมื่อเรียงจากน้อยไปมาก, ตำแหน่งมัธยฐาน =  $\frac{N+1}{2}$

ฐานนิยม คือ ข้อมูลที่ซ้ำมากที่สุด

การวัดตำแหน่งข้อมูล แบ่งเป็น 3 แบบคือ

|                                    |                            |                                    |
|------------------------------------|----------------------------|------------------------------------|
| ควอร์ไทล์ (Quartile) $Q_r$         | แบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วน   | ตำแหน่ง $Q_r = \frac{r(N+1)}{4}$   |
| เดไซล์ (Decile) $D_r$              | แบ่งข้อมูลออกเป็น 10 ส่วน  | ตำแหน่ง $D_r = \frac{r(N+1)}{10}$  |
| เปอร์เซ็นต์ไทล์ (Percentile) $P_r$ | แบ่งข้อมูลออกเป็น 100 ส่วน | ตำแหน่ง $P_r = \frac{r(N+1)}{100}$ |

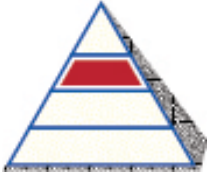
การวัดการกระจายข้อมูล

พิสัย = ข้อมูลที่มีค่ามากที่สุด - ข้อมูลที่มีค่าน้อยที่สุด = max - min

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน S.D.

$$S.D. = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N}} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} - \bar{x}^2}$$

ความแปรปรวน (Variance) = ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานกำลังสอง



# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

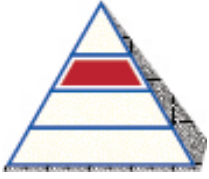
### ลำดับและอนุกรมเบื้องต้น

ลำดับ คือ

อนุกรม คือ

ประเภทของลำดับ และอนุกรม

พจน์ทั่วไปของลำดับ และอนุกรม



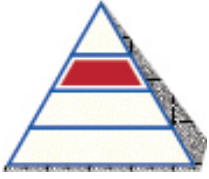
# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

ลำดับเลขคณิต

นิยามของลำดับเลขคณิต

พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต



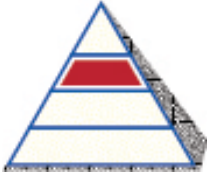
# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### ลำดับเรขาคณิต

นิยามของลำดับเรขาคณิต

พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต



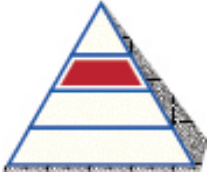
# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

### อนุกรมเลขคณิต

นิยามของอนุกรมเลขคณิต

สูตรการหาอนุกรมเลขคณิต



# ONE-PAGE

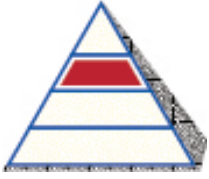
## ไว้หน้าเดียว

อนุกรมเรขาคณิต

นิยามของอนุกรมเรขาคณิต

สูตรการหาอนุกรมเรขาคณิต





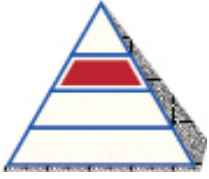
# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

ลำดับและอนุกรมอนันต์

ลำดับอนันต์

อนุกรมอนันต์



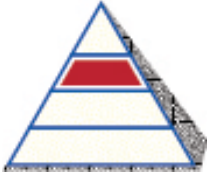
# ONE-PAGE

## ไว้หน้าเดียว

ลำดับและอนุกรมอื่นๆ ตอนที่ 1

ลำดับและอนุกรมพหุนาม

อนุกรม Telescopic



**ONE-PAGE**

**ไว้หน้าเดียว**

ลำดับและอนุกรมอื่นๆ ตอนที่ 2

อนุกรมเลขคณิตผสมเรขาคณิต

ลำดับแบบอื่นๆ

โจทย์ปัญหาเรื่องลำดับและอนุกรม