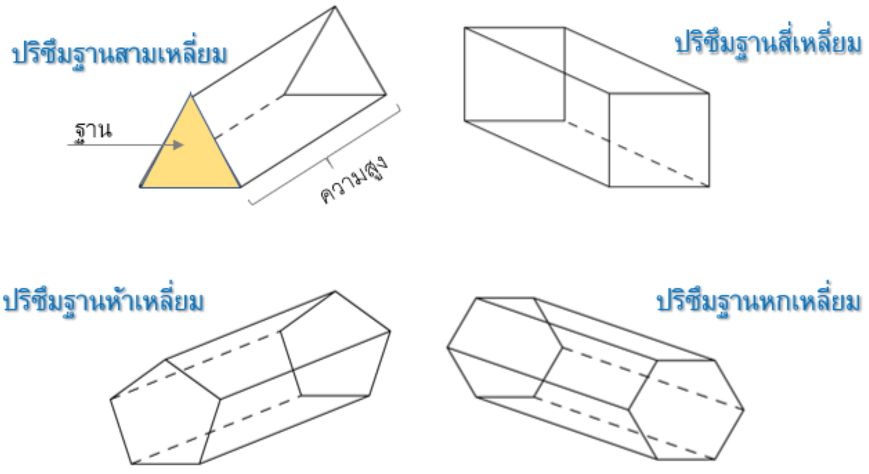
ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

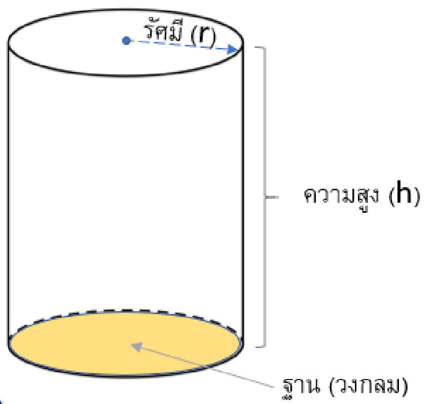
ปริซึม

มี ฐานทั้งสองเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



ทรงกระบอก

มี ฐานทั้งสองเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการ ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกัน



$\pi r^2 h$

<u>ปริมาตรของปริซึม และ ทรงกระบอก:</u>

พื้นที่ฐาน × ความสูง

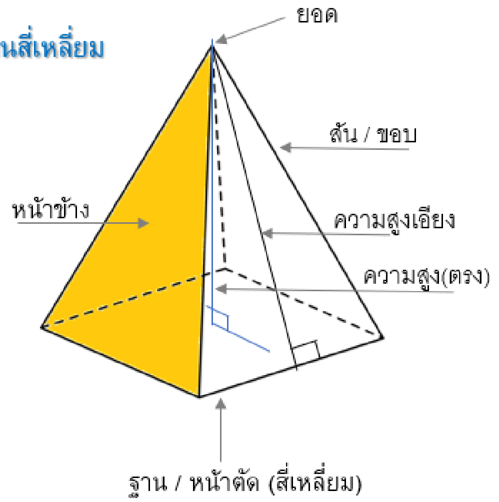
ONE-PAGE

ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

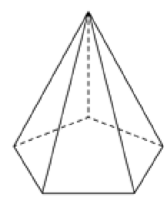
พีระมิด

มี <u>ฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆ</u> มี <u>ยอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน</u> และ <u>หน้าตัดทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยม</u> ที่มีจุดยอดร่วมกันที่ยอดแหลมนั้น

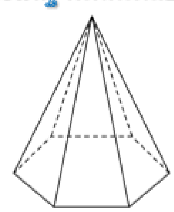
พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม



พีระมิดฐานห้าเหลี่ยม

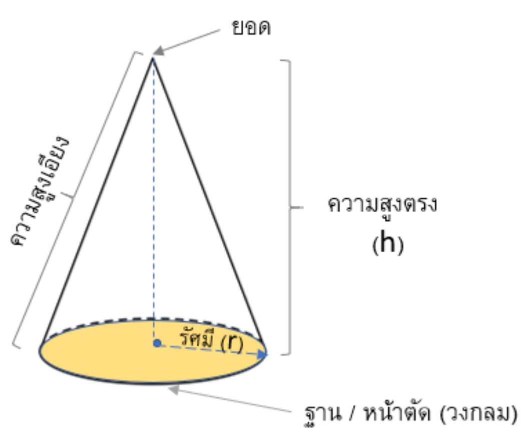


พีระมิดฐานหกเหลี่ยม



กรวย

มี <u>ฐานเป็นรูปวงกลม</u> และมี <u>ยอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน</u>



<u>ปริมาตรของพีระมิด และ กรวย:</u>

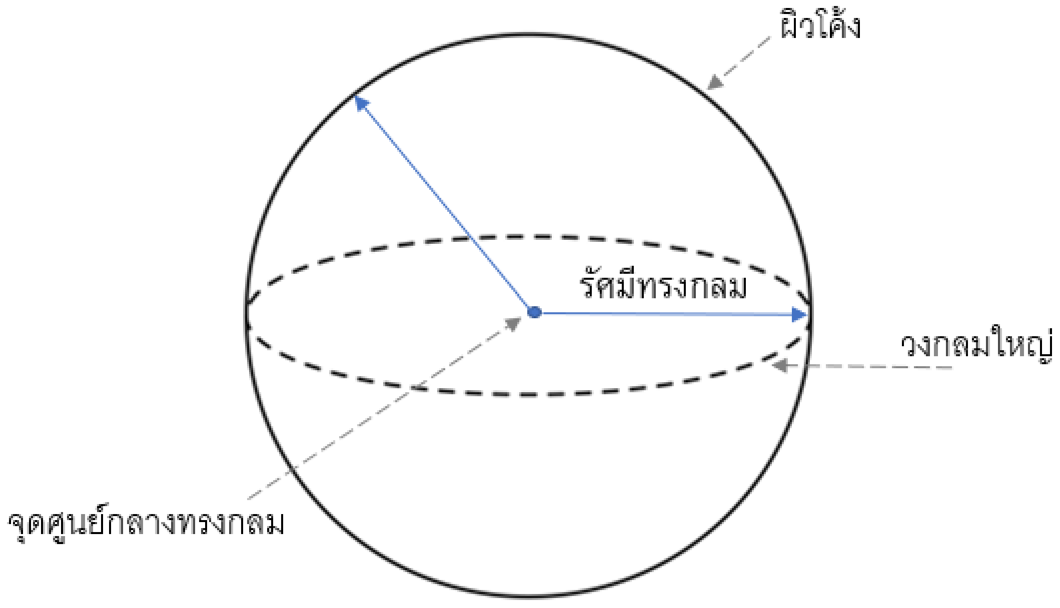
$\frac{1}{3}$ × **พื้นที่ฐาน** × **ความสูง**

$$\frac{\pi r^2 h}{3}$$

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

ทรงกลม

มีผิวโค้งเรียบ และ จุดทุกจุดบนผิวโค้งอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งเป็นระยะเท่ากัน เรียกจุดคงที่ที่จุดใด ๆบนผิวโค้งอยู่ห่างจากจุดคงที่นั้นว่า **จุดศูนย์กลางของทรงกลม** และ เรียกระยะที่เท่ากันนั้นว่า **รัศมีของทรงกลม**



ปริมาตรของทรงกลม:

$$\frac{4}{3} \times \pi r^3$$

ONE-PAGE

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

การเปรียบเทียบหน่วยวัดปริมาตร

คำอุปสรรค (PREFIX) ที่พบบ่อย

10^{6}	สัญลักษณ์	**M**	อ่านว่า	**เมกะ**
10^{3}	สัญลักษณ์	**k**	อ่านว่า	**กิโล**
10^{-1}	สัญลักษณ์	**d**	อ่านว่า	**เดซิ**
10^{-2}	สัญลักษณ์	**c**	อ่านว่า	**เซนติ**
10^{-3}	สัญลักษณ์	**m**	อ่านว่า	**มิลลิ**

หน่วยความยาวที่พบบ่อย

1 ฟุต	เท่ากับ	12	นิ้ว
	เท่ากับ	30.48	เมตร
1 นิ้ว	เท่ากับ	2.54	เซนติเมตร
1 เมตร	เท่ากับ	100	เซนติเมตร

ปริมาตร หรือ ความจุ (ลูกบาศก์หน่วย) = $(\text{หน่วยความยาว})^{3}$

ตัวอย่างเช่น อยากรู้ว่า **1 ลูกบาศก์เมตร** เท่ากับกี่ **ลูกบาศก์เซนติเมตร**

- **เทียบหน่วยความยาว:** 1 **เซนติ**เมตร เท่ากับ 10^{-2} เมตร
- **ปริมาตรหรือความจุ = หน่วยความยาว^{3} :**

1 ลูกบาศก์**เซนติ**เมตร เท่ากับ $(10^{-2})^{3}$ ลูกบาศก์เมตร

เท่ากับ 10^{-6} ลูกบาศก์เมตร

หรือ 1 ลูกบาศก์เมตร เท่ากับ 1,000,000 ลูกบาศก์**เซนติ**เมตร

ตัวอย่างเช่น อยากรู้ว่า **1 ลูกบาศก์ฟุต** เท่ากับกี่ **ลูกบาศก์นิ้ว**

- **เทียบหน่วยความยาว:** **1 ฟุต เท่ากับ 12 นิ้ว**
- **ปริมาตรหรือความจุ = หน่วยความยาว^{3} :**

1 ลูกบาศก์**ฟุต** เท่ากับ $(12)^{3}$ ลูกบาศก์**นิ้ว**

เท่ากับ 1,728 ลูกบาศก์**นิ้ว**

หน่วยปริมาตรที่พบบ่อย

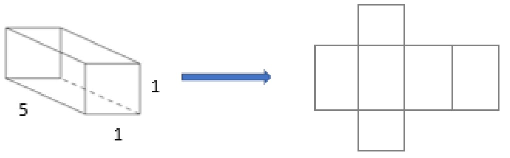
1 ลูกบาศก์เมตร เท่ากับ 1,000 ลิตร

1 ลิตร เท่ากับ 1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร

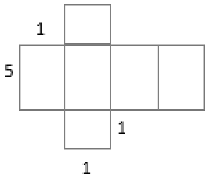
ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

การหาพื้นที่ผิว

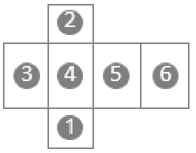
1. คลี่ออก



2. บอกด้าน



3. แยกส่วน



4. พื้นที่รูปคลี่ = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6

พื้นที่ผิวของปริซึม

ประกอบด้วย..

ฐานทั้งสองเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ

+

ด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

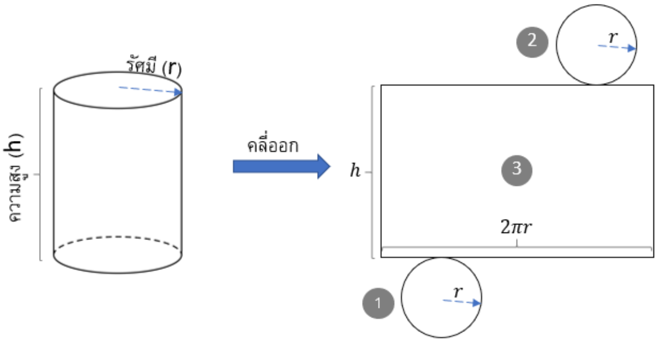
<u>จำนวนพื้นที่ผิวทั้งหมดของปริซึม:</u>

จำนวนด้านทั้งหมดของฐาน + 2

<u>พื้นที่ผิวทั้งหมดของปริซึม:</u>

พื้นที่รวมของรูปคลี่

พื้นที่ผิวของทรงกระบอก



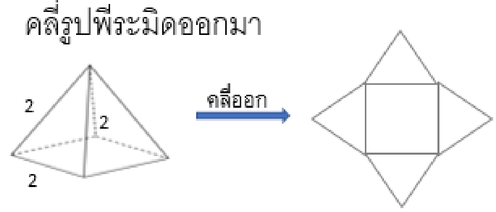
<u>พื้นที่ผิวทั้งหมดของทรงกระบอก:</u>

$$2\pi r(r+h)$$

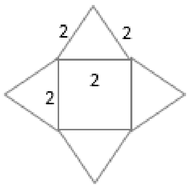
ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

พื้นที่ผิวของพีระมิด

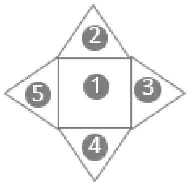
1. **คลี่ออก** คลี่รูปพีระมิดออกมา



2. **บอกด้าน** เขียนความยาวแต่ละด้าน



3. **แยกส่วน** หาพื้นที่รูปเรขาคณิตของแต่ละส่วน



4. **รวมพื้นที่** หาพื้นที่รวมของรูปคลี่ = 1 + 2 + 3 + 4 + 5

พื้นที่ผิวของกรวย

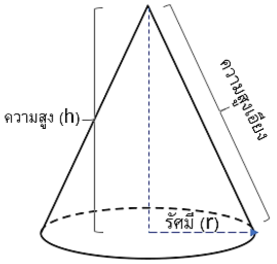
พื้นที่ผิวทั้งหมดของกรวย:

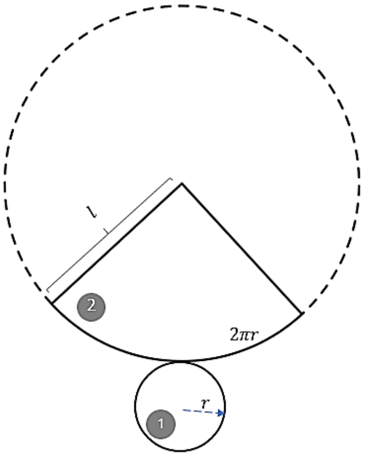
$$\pi r^2 + \pi r l$$

พื้นที่ผิวของทรงกลม

พื้นที่ผิวทั้งหมดของทรงกลม:

$$4\pi r^2$$





ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

กราฟความสัมพันธ์

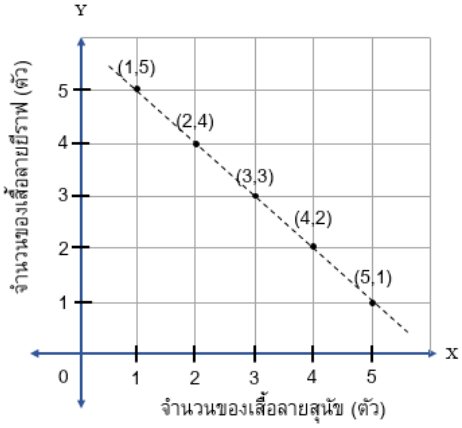
คือ กราฟที่ใช้แสดงผลความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ กำหนดโดยใช้คู่อันดับ มีแกน2แกนในแนวนอน คือ แกน x และแกนในแนวตั้งคือแกน y

คู่อันดับ

การเขียนความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ โดยใช้ สัญลักษณ์ (x,y) แทนปริมาณของสิ่งที่กำหนด

ความสัมพันธ์เชิงเส้น

คือ การเขียนความสัมพันธ์ในรูปแบบของกราฟ โดยดูจากเงื่อนไข แล้วหาตัวแทนคู่อันดับเพื่อนำมาสร้างเป็นรูปแบบในกราฟ



X	1	2	3	4	5
Y	5	4	3	2	1

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

รูปแบบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยทั่วไปคือ

$$Ax + By + C = 0$$

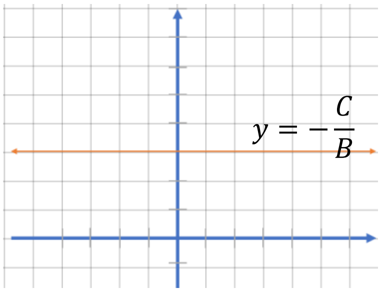
คู่อันดับที่สอดคล้อง

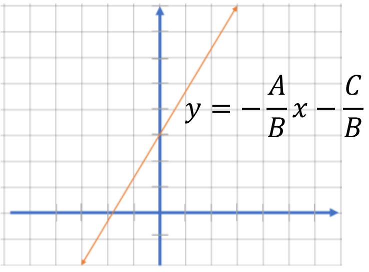
คือคู่อันดับทุกคู่ที่แทนค่าลงในสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแล้วทำให้สมการเป็นจริง

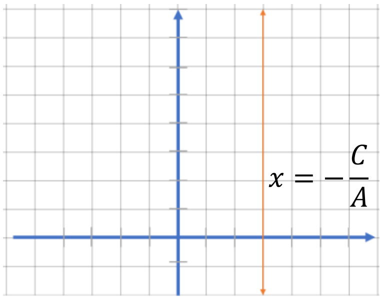
เช่น $5x + 3y - 10 = 0$ มีคู่อันดับที่สอดคล้องเป็น $(-1,5)$

กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

1. $y = -\frac{C}{B}$ กราฟจะมีลักษณะขนานไปกับ แนวแกน x
2. $x = -\frac{C}{A}$ กราฟจะมีลักษณะขนานไปกับแนวแกน y
3. $y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$ กราฟจะมีลักษณะไม่ขนานกับแกน x และไม่ขนานกับแกน y



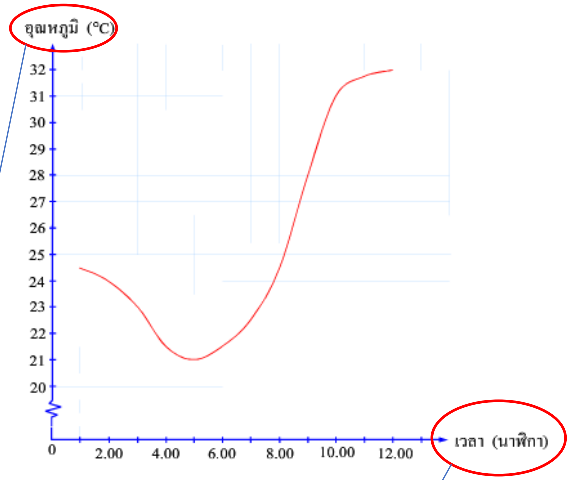




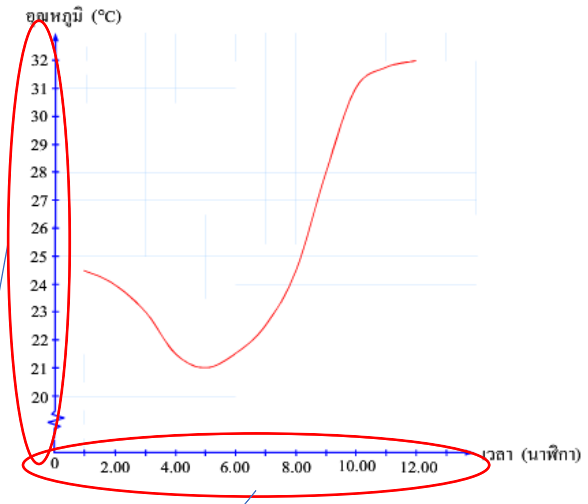
ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

กราฟกับการนำไปใช้

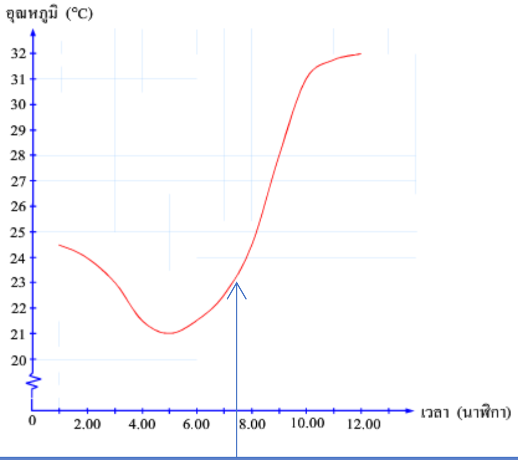
การพิจารณา**ความสัมพันธ์ของปริมาณสองปริมาณ**กราฟจะแสดงความสัมพันธ์ของปริมาณสองสิ่งตาม **แนวแกนตั้ง(x)** และ **แนวแกนนอน(y)**



บอกชื่อข้อมูลและหน่วยตามแกน



บอกปริมาณของข้อมูลตามแกน



กราฟแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลสองสิ่ง

โดยที่ความชันจะเป็นตัวกำหนดความเร็วในการเพิ่ม/ลดปริมาณข้อมูลที่แสดง

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

สมบัติการเท่ากันของจำนวนจริง

รูปแบบสมการเป็น **$ax + b = 0$**

สมบัติการเท่ากันของจำนวนจริง

เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริง

1)สมบัติสมมาตร (symmetric property)

ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$

2) สมบัติการถ่ายทอด (transitive property)

ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$

3) สมบัติการแจกแจงหรือการกระจาย(distributiveproperty)

$a(b+c) = ab + ac$

4) สมบัติการบวก(additiveproperty)

ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$

หรือ $a - c = b - c$

5) สมบัติการคูณ (multiplicative property)

ถ้า $a = b$ แล้ว

$a \times c = b \times c$

หรือ $a / c = b / c$ เมื่อ c ไม่เท่ากับ 0

<u>หลักในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ประกอบด้วยขั้นตอนต่อไปนี้</u>

1.อ่านและวิเคราะห์โจทย์

2.ดูว่าโจทย์ถามหาอะไร

3.กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ถาม

4.นำเงื่อนไขที่โจทย์ให้มา และนำตัวแปรที่กำหนดไว้ในข้อ 3 มาสร้างเป็นสมการตั้งต้น

5.แก้สมการ

6.ตรวจคำตอบ

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

สมการเชิงเส้น

รูปทั่วไปคือ **$Ax + By + C = 0$** *เมื่อ A,B,C เป็นค่าคงที่ A และ B ไม่เท่ากับศูนย์*

คำตอบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปรนิยมเขียนในรูปคู่อันดับ (x , y)

รูปมาตรฐานคือ **$y = ax + b$**

$a > 0$ กราฟจะทำมุมแหลมกับแกน x

$a < 0$ กราฟจะทำมุมป้านกับแกน x

$a = 0$ กราฟจะขนานกับแกน x

การแก้ระบบสมการเชิงเส้น

1.โดยการใช้กราฟ

2.โดยการกำจัดตัวแปรตัวใดตัวหนึ่ง

3.โดยการแทนค่าตัวแปรตัวหนึ่งในรูปตัวแปรตัวหนึ่ง

4.โดยการเขียนตัวแปรตัวหนึ่งในรูปของตัวแปรอีกตัวหนึ่งทั้งสองสมการ

หลักในการทำโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

อ่านโจทย์ปัญหา ให้เข้าใจว่าโจทย์ต้องการอะไรและให้จำนวนใดมาบ้าง

สมมุติตัวแปรขึ้นมา 2 ตัว เพื่อแทนจำนวนที่ต้องการหาทั้ง 2 จำนวน

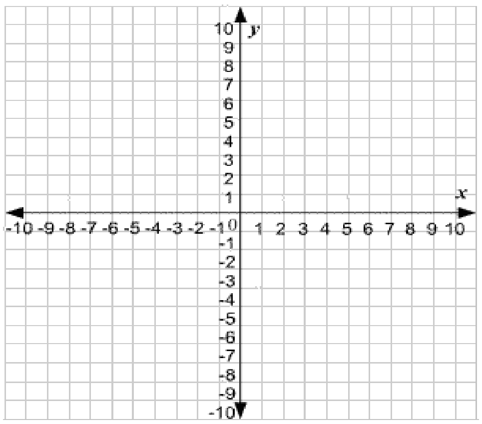
แก้สมการ

คำตอบของสมการ จะช่วยในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา

ตรวจสอบคำตอบ

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

สมการเชิงเส้น2ตัวแปร



รูปทั่วไปคือ **Ax + By +C = 0** *เมื่อ A,B,C เป็นค่าคงที่ A และ B ไม่เท่ากับศูนย์*

รูปมาตรฐานคือ **y = ax + b**

a > 0 กราฟจะทำมุมแหลมกับแกน x

a < 0 กราฟจะทำมุมป้านกับแกน x

a = 0 กราฟจะขนานกับแกน x

a (ความชัน) เท่ากัน จะได้กราฟที่ขนานกัน

a (ความชัน) คูณกันได้ –1 จะได้กราฟ 2 เส้นตั้งฉากกัน

จุดตัดแกน x แทนค่า **y** *= 0 จุดตัดแกน* **y** *แทนค่า x = 0*

จุดตัดของกราฟสองเส้น คือ คำตอบของสมการ

ONE-PAGE

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

ความคล้าย

เมื่อรูปเรขาคณิตทั้งสองนั้นมีรูปร่างเหมือนกัน แต่อาจมีขนาดที่เท่ากัน (รูปเรขาคณิตที่เท่ากันทุกประการ) หรือ ต่างกัน (รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน) ก็ได้

.. ข้อสังเกต ..

รูปเรขาคณิตที่**เท่ากันทุกประการ** รูปเรขาคณิตที่**คล้ายกัน**ด้วย
แต่รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน อาจจะเป็นรูปเรขาคณิตที่เท่ากันทุกประการหรือไม่ก็ได้

สมบัติความคล้าย

- สมบัติสะท้อน (รูปเรขาคณิตใด ๆ จะคล้ายกับรูปเรขาคณิตนั้น)

  รูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต A

- สมบัติสมมาตร

  รูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต B
  ↓
  รูปเรขาคณิต B ~ รูปเรขาคณิต A

- สมบัติถ่ายทอด

  รูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต B และ รูปเรขาคณิต B ~ รูปเรขาคณิต C
  ↓
  รูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต C

รูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน

มีสมบัติดังนี้

1 . **ขนาดของมุม**เท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่ ★

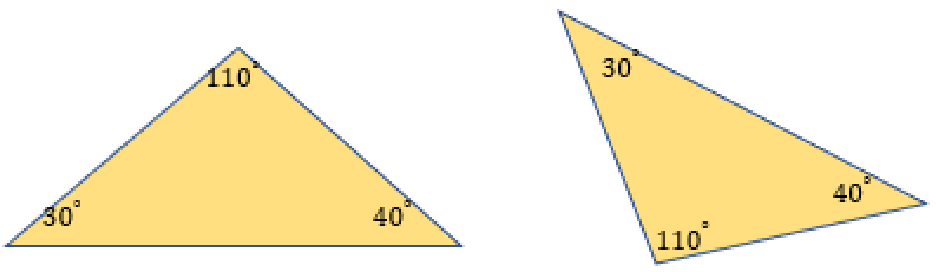
และ

2 . **อัตราส่วนของความยาว**ด้านคู่ที่สมนัยกัน เท่ากันทุกคู่ ★

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

รูปสามเหลี่ยมคล้าย

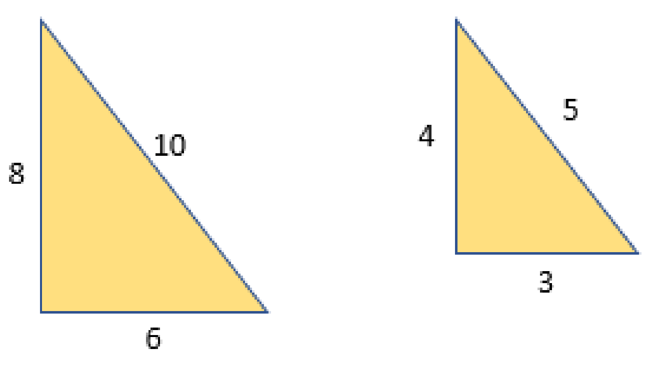
รูปสามเหลี่ยม 2 รูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อรูปสามเหลี่ยม 2 รูปนั้นมีสมบัติ



★ ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ★

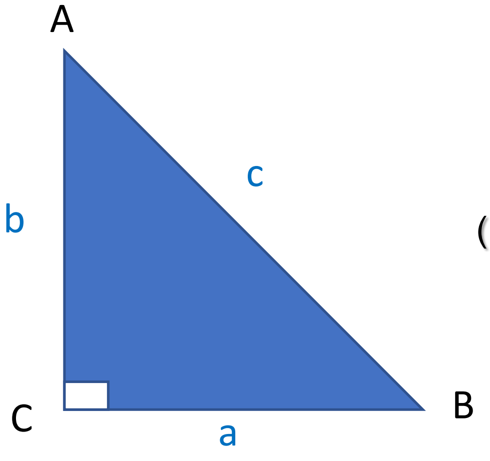
<u>หรือ</u>

★ อัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันเท่ากันทุกคู่ ★



ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

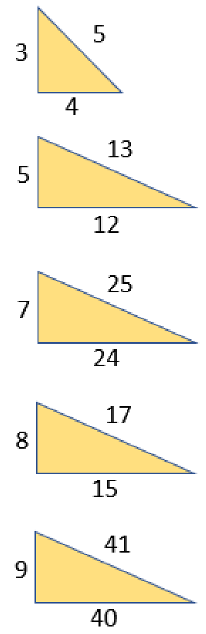


$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$

(ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก เท่ากับ กำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉาก)

ด้านประกอบสามเหลี่ยมมุมฉากที่ควรรู้

3	4	5
5	12	13
7	24	25
8	15	17
9	40	41



ONE-PAGE

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

รากที่สองของจำนวนจริง

เมื่อ a เป็นจำนวนจริงบวกหรือศูนย์ ($a \geq 0$) รากที่สองของ a จะมี 2 ราก คือ

รากที่สองที่เป็นบวก แทนด้วย $\sqrt{a}$

รากที่สองที่เป็นลบ แทนด้วย $-\sqrt{a}$

ค่าสัมบูรณ์

สัญลักษณ์: $|\,a\,|$ แทน ค่าสมบูรณ์ของจำนวนจริง a

ซึ่งค่าสัมบูรณ์จะเป็น **<u>จำนวนจริงบวกหรือศูนย์</u>** เสมอ

สมบัติของรากที่สองที่เป็นบวกของจำนวนจริงบวก

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ เมื่อ $a \geq 0$, $b \geq 0$

$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$ เมื่อ $a \geq 0$, $b > 0$

เนื่องจาก b เป็น <u>ตัวส่วน</u> **b ต้องไม่เท่ากับศูนย์**

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

กรณฑ์ที่สอง

กรณฑ์ที่สอง ของ a^2 ;

$$\sqrt{a^2} = |\ a\ | \begin{cases} = a & \text{เมื่อ } a \geq 0 \\ = -a & \text{เมื่อ } a < 0 \end{cases}$$

การบวกลบกรณฑ์ที่สอง

อาศัยสมบัติ **การสลับที่การบวก, การเปลี่ยนกลุ่มการบวก** และ **การแจกแจง**

<u>สมบัติการสลับที่การบวก</u>

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{b} + \sqrt{a}$$

<u>สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มการบวก</u>

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b}) + \sqrt{c} = \sqrt{a} + (\sqrt{b} + \sqrt{c})$$

<u>สมบัติการแจกแจง</u>

$$a\sqrt{c} \pm b\sqrt{c} = (a \pm b)\sqrt{c}$$

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

การคูณหารกรณฑ์ที่สอง

อาศัยสมบัติ **การสลับที่การคูณ, การเปลี่ยนกลุ่มการคูณ, การแจกแจง** และ **สมบัติของรากที่สองของจำนวนจริง**

<u>สมบัติการสลับที่การคูณ</u>

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{b} \times \sqrt{a}$$

<u>สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มการคูณ</u>

$$(\sqrt{a} \times \sqrt{b}) \times \sqrt{c} = \sqrt{a} \times (\sqrt{b} \times \sqrt{c})$$

<u>สมบัติการแจกแจง</u>

$$\sqrt{a} \times (\sqrt{b} \pm \sqrt{c}) = (\sqrt{a} \times \sqrt{b}) \pm (\sqrt{a} \times \sqrt{c})$$

หรือ

$$(\sqrt{a} \pm \sqrt{b}) \times \sqrt{c} = (\sqrt{a} \times \sqrt{c}) \pm (\sqrt{b} \times \sqrt{c})$$

<u>สมบัติของรากที่สองของจำนวนจริง</u>

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$ เมื่อ $a \geq 0$, $b \geq 0$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$ เมื่อ $a \geq 0$, $b > 0$

ONE-PAGE

ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

การแก้สมการที่อยู่ในเครื่องหมายกรณฑ์

1. **ยกกำลัง.. ทลาย(ค่าย)กรณฑ์** จัดสมการ พยายามหาว่า เมื่อยกกำลังทั้งสองข้าง-ของสมการแล้วจะไม่ติดเครื่องหมายกรณฑ์ให้ได้-มากที่สุด

$(\sqrt[n]{x})^n = x$ รากที่ n → ยกกำลัง n

$(\sqrt{x})^2 = x$ รากที่**สอง** → ยกกำลัง**สอง**

⬇

2. **แก้สมการ** แก้สมการหาค่าคำตอบทั้งหมดของสมการ

⬇

3. **ตรวจคำตอบ** ตรวจคำตอบ
โดยเลือกค่าคำตอบทั้งหมดที่ทำให้สมการเป็นจริง

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

พหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

รูปทั่วไป

$$A^2 - B^2 = \underbrace{(A + B)}_{\text{ผลรวม}}\underbrace{(A - B)}_{\text{ผลต่าง}}$$

ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

สูตรกำลังสองสมบูรณ์

<u>รูปทั่วไป</u>

$$(x \pm\ a)^2 \ = \ x^2 \pm 2(a)x + a^2$$

แยกตัวประกอบโดยกำลังสองสมบูรณ์

$$ax^2 + bx + c$$

1 ดึง a ออกมา (ถ้า $a \neq 1$)

$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

2 จัดรูปกำลังสองสมบูรณ์

$$a\ \left\{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}\right)\right\}$$

3 ยุบค่าคงตัว และจัดรูปผลต่างกำลังสอง

ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

สูตรผลบวกและผลต่างกำลังสาม

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

แยกตัวประกอบดีกรีมากกว่าสอง

1. อาศัย **สมบัติการเปลี่ยนหมู่** **สมบัติการสลับที่** และ **สมบัติการแจกแจง**

2. จัดรูปให้อยู่ในรูป **กำลังสองสมบูรณ์** **ผลต่างกำลังสอง** และ **ผลบวกและผลต่างกำลังสาม** แยกตัวประกอบพหุนาม

ONE-PAGE

ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

ทฤษฎีเศษเหลือ

ถ้าพหุนาม $P(x)$ หารด้วยพหุนาม $x-a$ โดยที่ a เป็นค่าคงตัว
แล้วจะได้ **เศษเหลือเป็น $P(a)$**

แยกตัวประกอบด้วยทฤษฎีเศษเหลือ

1. **แยกค่าคงตัว**

แยกตัวประกอบของ พจน์ค่าคงตัว ของพหุนาม $P(x)$

เช่น x^3+6x^2-x-6

พิจารณา 6 มีตัวประกอบคือ $\pm1, \pm2, \pm3, \pm6$

2. **แทนได้ศูนย์**

แทนค่าตัวประกอบของพจน์ค่าคงตัว ในพหุนาม
เลือกค่าที่แทนแล้วทำให้ผลลัพธ์เป็นศูนย์

เช่น แทน 1; $1^3+6(1)^2-1-6=0$ ✓

แทน 2; $2^3+6(2)^2-2-6=24$ ✗

3. **หารพหุนาม**

หารพหุนาม $P(x)$ ด้วย $x-a$

***ทำ* $1-2$ ซ้ำจนกระทั่งแยกตัวประกอบพหุนามไม่ได้อีก

เช่น $x^3+6x^2-x-6 = (x-1)(x^2+7x+6)$

$= (x-1)(x+1)(x+6)$

ONE-PAGE

ไว้หน้าเดียว

การหาคำตอบของสมการกำลังสอง

แยกตัวประกอบของ ax^2+bx+c

$$ax^2+bx+c = (x-p)(x+q)$$

ใช้สมบัติของจำนวนจริง

$$ax^2+bx+c=0$$
$$(x-p)(x+q) = 0$$

แก้สมการ หาคำตอบ

$(x-p) = 0$ หรือ $(x+q) = 0$

x เท่ากับ p หรือ $-q$

ตรวจคำตอบ

(อาจมีบางคำตอบไม่เป็นจริงในสมการ)

ONE-PAGE

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

สูตรกำลังสองสมบูรณ์

<u>รูปทั่วไป</u>

$$(x \pm \ a)^2 \ = \ x^2 \pm 2(a)x + a^2$$

แยกพหุนามโดยกำลังสองสมบูรณ์

$$ax^2 + bx + c$$

1 ดึง a ออกมา (ถ้า $a \neq 1$)

$$a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a})$$

2 จัดรูปกำลังสองสมบูรณ์

$$a \ \{(x + \frac{b}{2a})^2 - \left(\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a})\right\}$$

3 ยุบค่าคงตัว และจัดรูปผลต่างกำลังสอง

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

การแก้สมการกำลังสอง

สำหรับสมการ $ax^2+bx+c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$
สามารถหาคำตอบของสมการได้ 3 วิธี

1 แยกตัวประกอบปกติ (แบบสุ่มค่า)

$$(x+?)(x+?) = 0$$

2 กำลังสองสมบูรณ์ (และผลต่างกำลังสอง)

$$(x+a)^2 - b^2 = 0$$

$$(x+a-b)(x+a+b) = 0$$

3 ใช้สูตร ★

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

คำตอบมี 3 แบบ:

1) คำตอบมี 2 คำตอบ
2) คำตอบมี 1 คำตอบ
3) ไม่มีคำตอบในระบบจำนวนจริง

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

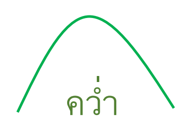
พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$

$y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

$a > 0$ | $a < 0$

1 พาราโบลาหงาย

พาราโบลาหงาย



2 มีแกน y $(x = 0)$ เป็นแกนสมมาตร

3 มีจุด (0,0) เป็นจุดต่ำสุด

$y_{min} = 0$

ไม่มีจุดสูงสุด

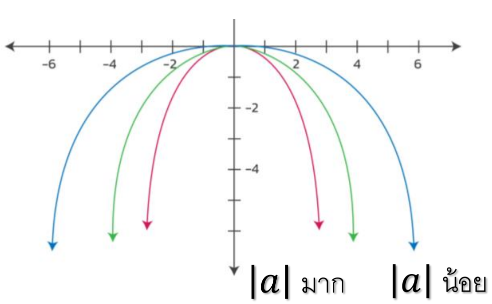
มีจุด (0,0) เป็นจุดสูงสุด

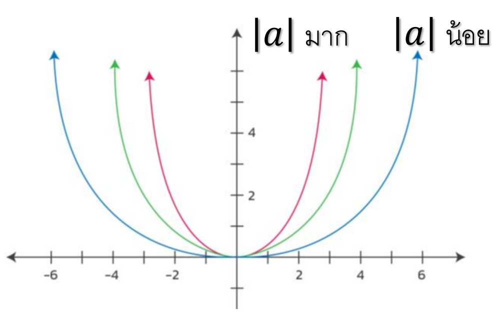
$y_{max} = 0$

ไม่มีจุดต่ำสุด

4 $|a|$ มาก ⟶ กราฟบานน้อย, $|a|$ น้อย ⟶ กราฟบานมาก

★





ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2+k$

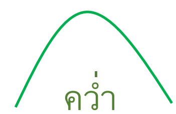
$$y = ax^2+k \text{ เมื่อ } a \neq 0$$

$a > 0$

1. พาราโบลาหงาย

$a < 0$

พาราโบลาหงาย



2. มีแกน y $(x = 0)$ เป็นแกนสมมาตร

3. $a > 0$: มีจุด (0,k) เป็นจุดต่ำสุด

$y_{min} = k$

ไม่มีจุดสูงสุด

$a < 0$: มีจุด (0,k) เป็นจุดสูงสุด

$y_{max} = k$

ไม่มีจุดต่ำสุด

4. $|a|$ มาก → กราฟบานน้อย, $|a|$ น้อย → กราฟบานมาก

★ ถ้า $|a|$ เท่ากัน กราฟจะเลื่อนทับกันได้สนิท

ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

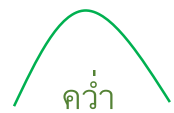
พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x-h)^2+k$

$y = a(x-h)^2+k$ เมื่อ $a \neq 0$

$a > 0$

1 พาราโบลาหงาย 

$a < 0$

พาราโบลาหงาย 

2 $h \neq 0$ ⟶ กราฟเลื่อนตามแกน x

และมีแกน $x = h$ เป็นแกนสมมาตร

h + เลื่อนขวา ⟶

h - เลื่อนซ้าย ⟵

3 $k \neq 0$ ⟶ กราฟเลื่อนตามแกน y

k + เลื่อนขึ้น ↑

k - เลื่อนลง ↓

4 มีจุด (h, k) เป็นจุดต่ำสุด

$y_{min} = k$

ไม่มีจุดสูงสุด

มีจุด (h, k) เป็นจุดสูงสุด

$y_{max} = k$

ไม่มีจุดต่ำสุด

5 $|a|$ มาก ⟶ กราฟบานน้อย, $|a|$ น้อย ⟶ กราฟบานมาก

★ ถ้า $|a|$ เท่ากัน กราฟจะเลื่อนทับกันได้สนิท

ONE-PAGE

ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

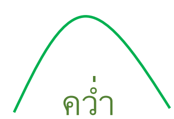
พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2+bx+c$

$$ax^2+bx+c \Rightarrow a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c$$

$$\Downarrow$$

$$\underbrace{a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2}_{a(x-h)^2} + \underbrace{\left(c-\frac{b^2}{4a}\right)}_{k}$$

$y = a(x-h)^2+k$	$\longleftarrow$	$y = ax^2+bx+c$
a	=	a
h	=	$-\frac{b}{2a}$
k	=	$c-\frac{b^2}{4a}$

	$a > 0$	$a < 0$
1	พาราโบลาหงาย 	พาราโบลาหงาย 

2 มีแกน $x = h$ เป็นแกนสมมาตร

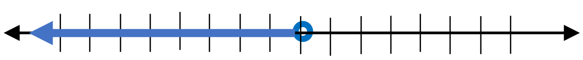
	$a > 0$	$a < 0$
3	มีจุด (h, k) เป็นจุดต่ำสุด	มีจุด (h, k) เป็นจุดสูงสุด
	$y_{min} = k$	$y_{max} = k$
	ไม่มีจุดสูงสุด	ไม่มีจุดต่ำสุด

4 $|a|$ มาก $\longrightarrow$ กราฟบานน้อย, $|a|$ น้อย $\longrightarrow$ กราฟบานมาก

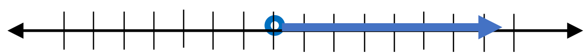
ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

เครื่องหมายอสมการ กับ กราฟเส้นจำนวน

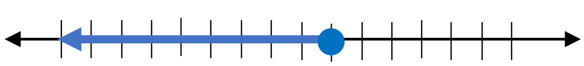
$<$: น้อยกว่า



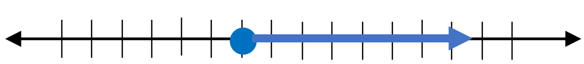
$>$: มากกว่า



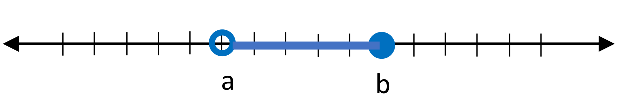
$\leq$: น้อยกว่าหรือเท่ากับ / ไม่เกิน



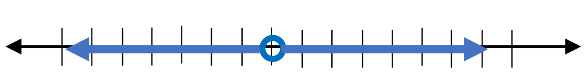
$\geq$: มากกว่าหรือเท่ากับ / ไม่น้อยกว่า



$a < x \leq b$



$\neq$: ไม่เท่ากับ



ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

สมบัติการของการไม่เท่ากัน

สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

ให้ a, b, c เป็นจำนวนจริงใดๆ

1. ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$
2. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a + c \leq b + c$
3. ถ้า $a \neq b$ แล้ว $a + c \neq b + c$

สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน

ให้ a, b, c เป็นจำนวนจริงใดๆ

ถ้า c เป็นจำนวนจริงบวก

1. ถ้า $a < b$ แล้ว $a \times c < b \times c$
2. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a \times c \leq b \times c$

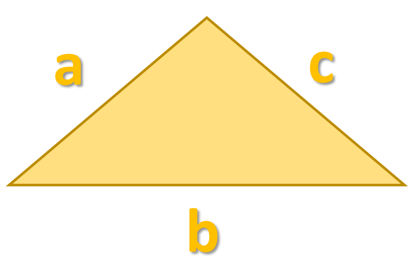
ถ้า c เป็นจำนวนจริงลบ

3. ถ้า $a < b$ แล้ว $a \times c > b \times c$
4. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a \times c \geq b \times c$

5. ถ้า $a \neq b$ แล้ว $a \times c \neq b \times c$

อสมการอิงรูปสามเหลี่ยม

ผลบวกของความยาวของด้านสองด้านใด ๆของรูปสามเหลี่ยม
จะยาวกว่าความยาวของด้านที่เหลือ



$a + b > c$

$b + c > a$

$a + c > b$

ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

การทดลองสุ่ม

กิจกรรมที่ **ไม่สามารถบอกล่วงหน้า** ได้ว่าจะเกิดผลลัพธ์อย่างไร
เพียงแต่ **คาดการณ์** ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

เหตุการณ์

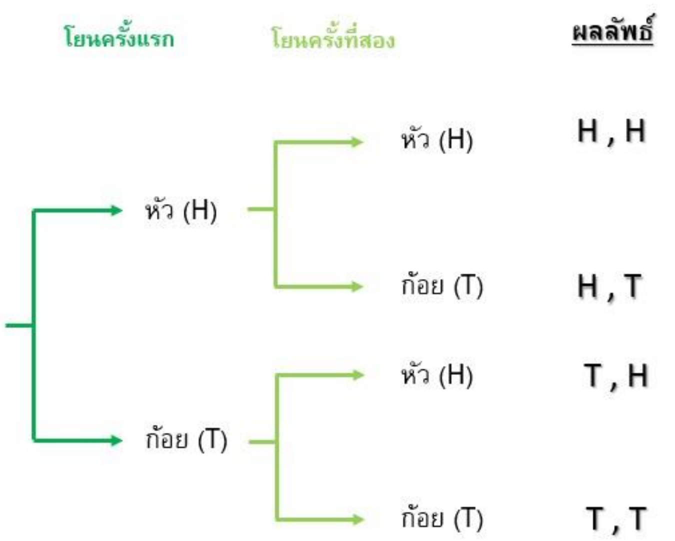
เหตุการณ์ หรือ ผลลัพธ์ ที่สนใจ จากการทดลองสุ่ม

แผนภาพต้นไม้

1. ดูว่าผลลัพธ์จากการสุ่มเป็นอะไรได้บ้าง

2. เตรียม **กิ่ง** ที่ต้องแตกออกไป

3. เขียนผลลัพธ์ของการทดลองสุ่มแต่ละครั้ง และผลลัพธ์ทั้งหมด



ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ (ที่สนใจ)}}{\text{จำนวนเหตุการณ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้}}$$

ทฤษฎีการนับ

กฎการบวก

(แต่ละทางเลือกแยกจากกันเด็ดขาด)

ทางเลือก 1 สามารถมีได้ n_1 แบบ

ทางเลือก 2 สามารถมีได้ n_2 แบบ

ทางเลือก 3 สามารถมีได้ n_3 แบบ

ทางเลือกทั้งหมดในการทำกิจกรรม

$= n_1 + n_2 + n_3$ แบบ

กฎการคูณ

(แต่ละขั้นตอนกระทำต่อเนื่องกัน)

ขั้นตอน 1 สามารถทำได้ n_1 วิธี

ขั้นตอน 2 สามารถทำได้ n_2 วิธี

ขั้นตอน 3 สามารถทำได้ n_3 วิธี

ทางเลือกทั้งหมดในการทำกิจกรรม

$= n_1 \times n_2 \times n_3$ วิธี

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

ความน่าจะเป็นกับการตัดสินใจ

ข้อมูลประกอบการตัดสินใจ (เช่น การเล่นเกมชิงรางวัล) อาศัย

ค่าคาดหมาย (Expected Value)

ค่าคาดหมาย (EV)

=

{ ผลตอบแทนที่จะได้รับ × ความน่าจะเป็นที่ได้รับผลตอบแทน }

—

{ ต้นทุนหรือผลตอบแทนที่เสียไป × ความน่าจะเป็นที่เสียต้นทุนหรือผลตอบแทน }

- ค่าคาดหวัง มีค่า **เป็นบวก** หมายความว่า ผลลัพธ์จากการทำกิจกรรม มีโอกาส**ได้**ประโยชน์ โดย ได้ผลตอบแทนเฉลี่ยเท่ากับค่า ค่าคาดหวังนั้น
- ค่าคาดหวัง มีค่า **เป็นลบ** หมายความว่า ผลลัพธ์จากการทำกิจกรรม มีโอกาส**เสีย**ประโยชน์ โดย เสียต้นทุนหรือผลตอบแทนเฉลี่ยเท่ากับค่า ค่าคาดหวังนั้น

ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

ข้อมูล

ข้อมูลเชิงปริมาณ: ข้อมูลที่เป็นตัวเลขแสดงปริมาณ นำมาคำนวณ/เปรียบเทียบได้

ข้อมูลเชิงคุณภาพ: ข้อมูลที่อธิบายลักษณะ/สมบัติเชิงกายภาพ

การนำเสนอ

มีหลายรูปแบบ ได้แก่ ข้อความ, กราฟเส้น, แผนภูมิ, ตาราง

ขอบล่าง ของอันตรภาคชั้น = ค่าน้อยสุดของอันตรภาคชั้น - 0.5

ขอบบน ของอันตรภาคชั้น = ค่าสูงสุดของอันตรภาคชั้น + 0.5

$$\text{จุดกึ่งกลางชั้น} = \frac{\text{ขอบบน} + \text{ขอบล่าง}}{2}$$

ความกว้างของอันตรภาคชั้น = ขอบบน − ขอบล่าง

Max - Min

$$\text{จำนวนอันตรภาคชั้น} = \frac{\text{พิสัยของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น}}$$

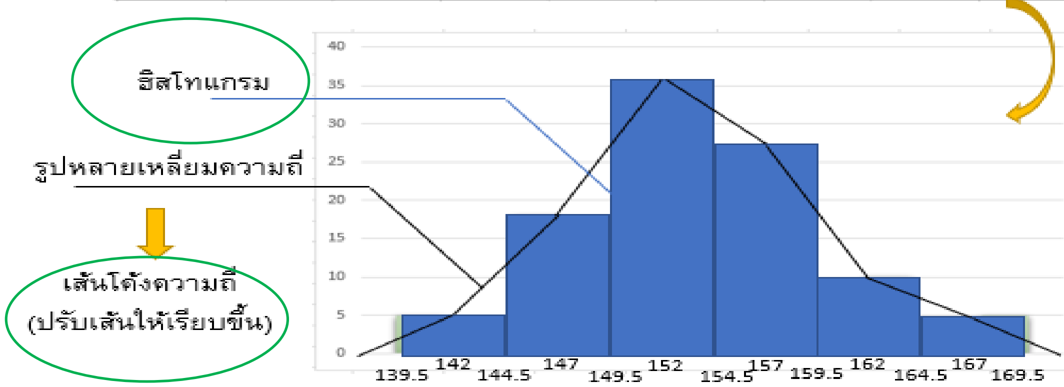
1. ถ้ามี เศษ ให้ปัดเศษขึ้นเสมอ
2. ถ้าหารลงตัว ให้ **+1 เพื่อเป็นจำนวนอันตรภาคชั้น**

ตารางแจกแจงความถี่:

ความสูง (ซม.)	ความถี่ (คน)
140 - 144	5
145 - 149	18
150 - 154	35
155 - 159	27
160 - 164	10
165 - 169	5
รวม	100

ขอบล่าง – ขอบบน

ความสูง (ซม.)	จุดกึ่งกลางชั้น (ซม.)	ความถี่ (คน)
139.5- 144.5	142	5
144.5 - 149.5	147	18
149.5 - 154.5	152	35
154.5 - 159.5	157	27
159.5 - 164.5	162	10
164.5 - 169.5	167	5
รวม		100



ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

ค่ากลางของข้อมูล

คือ จำนวนที่เป็นตัวแทนของข้อมูล ได้แก่

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$):

$$\frac{\text{ผลบวก(ผลรวม)ของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูล}}$$

มัธยฐาน: จำนวนที่มีลำดับอยู่ตำแหน่งตรงกลางของข้อมูลทั้งหมด เมื่อเรียงค่าแล้ว

ฐานนิยม: จำนวนที่มีความถี่สูงสุด / ซ้ำกันมากที่สุด

การกระจายของข้อมูล

พิสัย: ค่ามากที่สุดของข้อมูล - ค่าน้อยที่สุดของข้อมูล

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.):

$$\text{S.D.} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - x)^2}{n}}$$

เส้นโค้งปกติ

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = มัธยฐาน = ฐานนิยม

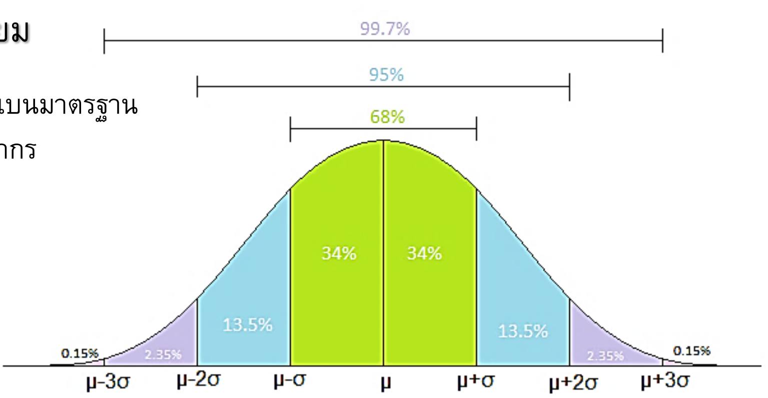
μ : ค่าเฉลี่ยของประชากร

σ : ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร

$\mu \pm \sigma \longrightarrow$ 68%

$\mu \pm 2\sigma \longrightarrow$ 95%

$\mu \pm 3\sigma \longrightarrow$ 99.7%



Source: http://wiki.engageeducation.org.au/further-maths/data-analysis/the-normal-distribution

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. *ทักษะและกระบวนการแก้ปัญหา*
2. *ทักษะและกระบวนการ การให้เหตุผล*
3. *ทักษะการสื่อสาร และการนำเสนอ*
4. *ทักษะและกระบวนการ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์*
5. *ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์*

ภาพสองมิติ

ได้จากการเขียนภาพที่ได้จากการมองรูปเรขาคณิตจากด้านต่าง ๆ ในแนวตั้งฉากกับด้านที่มองเห็นใช้เส้นทึบแสดงเฉพาะขอบที่มองเห็น

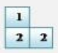
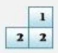
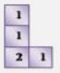
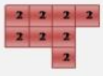
ภาพที่ได้จากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติทางด้านหน้า (front view)

ภาพที่ได้จากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติทางด้านข้าง (side view)

ภาพที่ได้จากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติทางด้านบน (top view)

รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

ตัวอย่างการเขียนภาพรูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ทางด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view)

รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์	ภาพด้านหน้า (front view)	ภาพด้านข้าง (side view)	ภาพด้านบน (top view)
1. 			
2. 			
3. 			

ONE-PAGE

ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

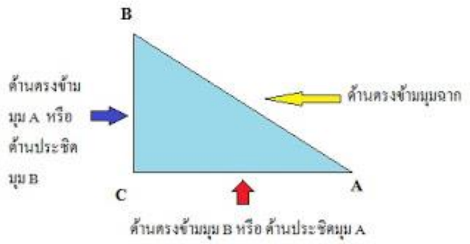
เมื่อพิจารณามุม B

AC เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุม B ยาว b หน่วย

CB เรียกว่า ด้านประชิดมุม B ยาว a หน่วย

BA เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก ยาว c หน่วย

สรุปได้ว่าในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก



สูตรพีทาโกรัส

พีทาโกรัส (ด้านตรงข้ามฉาก)^2 = (ด้านประชิดมุมฉาก)^2 +(ด้านประชิดมุมฉากอีกด้าน)^2

sine, cosine, tangent

<u>เทคนิคการจำ</u>

Sin A = **ข้าม / ฉาก**

Cos A = **ชิด / ฉาก**

Tan A = **ข้าม / ชิด**

ข้าม *คือ ความยาวด้านตรงข้ามมุมนั้น ๆ*

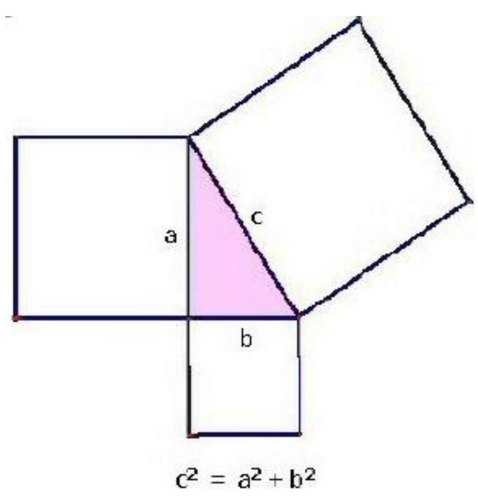
ชิด *คือ ความยาวด้านประชิดมุมนั้น ๆ*

ฉาก *คือ ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก*

Cosec C = *ส่วนกลับของ* **Sin C**

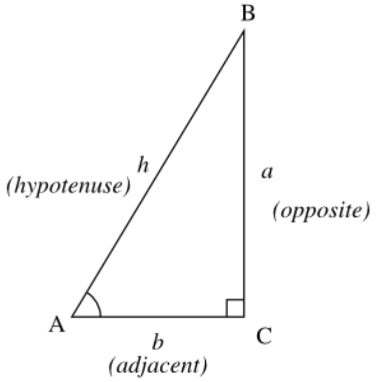
Sec C = *ส่วนกลับของ* **Cos C**

Cot C = *ส่วนกลับของ* **Tan C**



ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

ค่าตรีโกณมิติของมุมที่ควรทราบ



การจดจำค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยมีฟังก์ชันพื้นฐาน ได้แก่

1) sin(A) = ข้าม/ฉาก = a/h *2) cos(A) = ชิด/ฉาก =* b/h

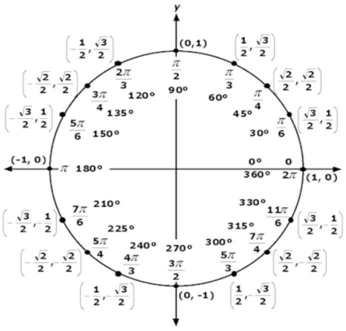
3) tan(A) = ข้าม/ชิด = a/b

4) csc(A) = ฉาก/ข้าม = h/a *5) sec(A) = ฉาก/ชิด =* h/b

6) cot(A) = ชิด/ข้าม = b/a

ตารางค่าตรีโกณมิติ

มุม	0°	30°	37°	45°	53°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{4}{3}$	$\sqrt{3}$	∞



ฟังก์ชันตรีโกณมิติ วงกลมหนึ่งหน่วย

ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

เอกลักษณ์ตรีโกณมิติที่สำคัญ

1. $sinAcosA = 1$
2. $cosAsecA = 1$
3. $tanAcotA = 1$
4. $\tan A = \frac{sinA}{cosA}$
5. $secA = \frac{1}{cosA}$
6. $cotA = \frac{cosA}{sinA}$
7. $sin^2\text{A} + cos^2\text{A} = 1$
8. $sec^2\text{A} - tan^2\text{A} = 1$
9. $cosec^2\text{A} - cot^2\text{A} = 1$
10. $\text{cosecA} = \frac{1}{sinA}$

ฟังก์ชันตรีโกณมิติกับสามเหลี่ยมในระนาบ

กฎของไซน์ (The Law of Sine)

ในรูปสามเหลี่ยม ABC ใดๆ ถ้า a, b และ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ตามลำดับ แล้วจะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

หรือ

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

กฎของโคไซน์ (The Law of Cosine)

ในรูปสามเหลี่ยม ABC ใดๆ ถ้า a, b และ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ตามลำดับ แล้วจะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot cosA$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2c \cdot a \cdot cosB$$

ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต

<u>ทฤษฎีบททางเรขาคณิตที่ควรรู้</u>

ทฤษฎีบทที่ 1 ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน แล้วมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน

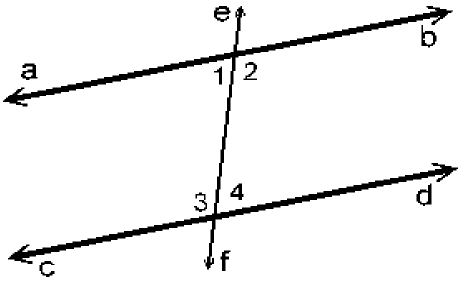
ทฤษฎีบทที่ 2 เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกันก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

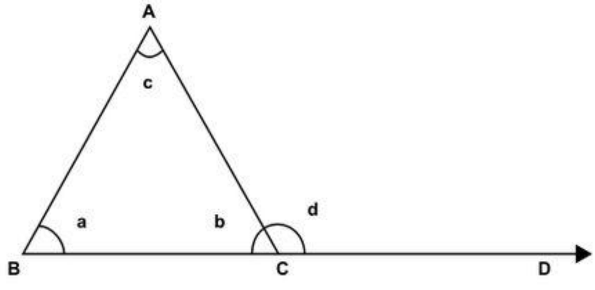
ทฤษฎีบทที่ 3 เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งเส้นตรงคู่นั้นขนานกันก็ต่อเมื่อมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน

ทฤษฎีบทที่ 4 เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกันก็ต่อเมื่อมุมภายนอกและมุมภายในที่ยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

ทฤษฎีบทที่ 5 ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา

ทฤษฎีบทที่ 6 ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุม





ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

ความเท่ากันทุกประการ

ในทางคณิตศาสตร์เมื่อสามารถเคลื่อนที่รูปเรขาคณิตรูปหนึ่งไปทับรูปเรขาคณิต อีกรูปหนึ่งได้สนิท จะกล่าวว่ารูปเรขาคณิตสองรูปนั้น เท่ากันทุกประการ ความเท่ากันทุกประการของสามเหลี่ยม สามารถพิสูจน์ได้ 5 รูปแบบ

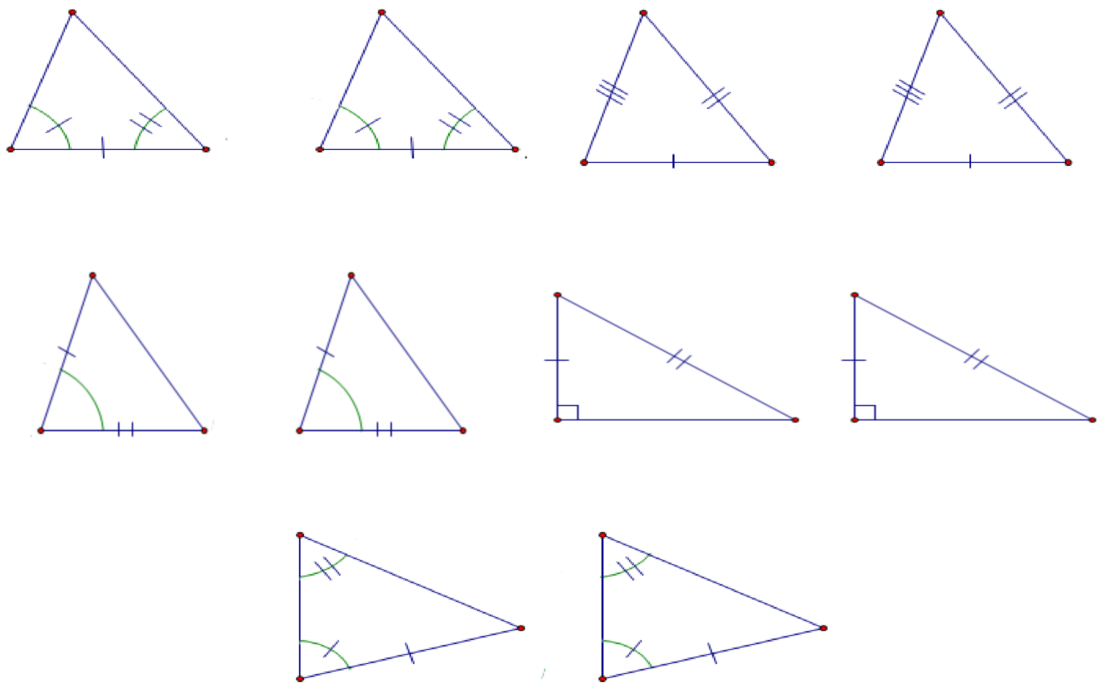
1.ความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน

2.ความสัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม

3.ความสัมพันธ์แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

4.ความสัมพันธ์แบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน

5.ความสัมพันธ์แบบ มุม-มุม-ด้าน



ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต

สรุปสูตรเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยม

1. สี่เหลี่ยมจัตุรัส

ความยาวรอบรูป : ด้าน × 4
พื้นที่ : ด้าน × ด้าน

2. สี่เหลี่ยมผืนผ้า

ความยาวรอบรูป : (กว้าง + ยาว) × 2
พื้นที่ : กว้าง × ยาว

3. สี่เหลี่ยมคางหมู

ความยาวรอบรูป = a + b + c + d
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยม = (1/2) × ผลบวกด้านคู่ขนาน × สูง
ความสูงและฐานจะต้องตั้งฉากกันเสมอ

4. สี่เหลี่ยมด้านขนาน

ความยาวรอบรูป = 2 × (a + b)
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยม = ฐาน × สูง = a × h
ความสูงและฐานจะต้องตั้งฉากกันเสมอ

5. สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

เส้นรอบรูป = 4 × a
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยม = ฐาน × สูง = a × h
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยม = (1/2) × ผลคูณของเส้นทะแยงมุม

6. สี่เหลี่ยมรูปว่าว

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยม = (1/2) × ผลคูณของเส้นทแยงมุม

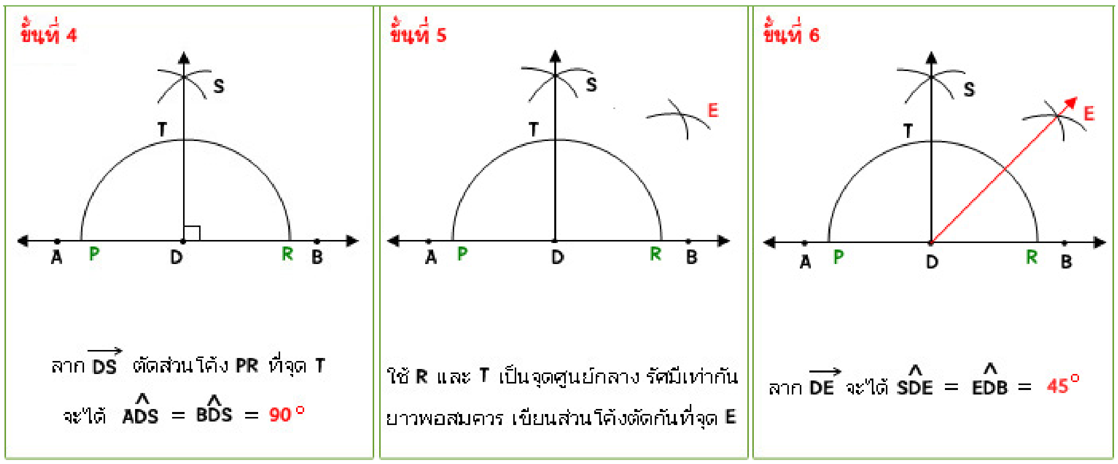
7. สี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า

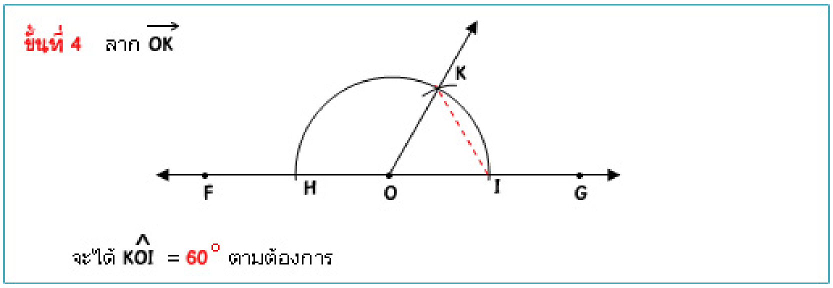
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยม = (1/2) × เส้นทะแยงมุม × ผลบวกเส้นกิ่ง
ความแตกต่างระหว่าง"สี่เหลี่ยมด้านขนาน" และ "สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน"
สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ความยาวด้าน ความยาวด้านเท่ากันทุกด้าน **เส้นทะแยงมุม**ตั้งฉากกัน
สี่เหลี่ยมด้านขนาน ความยาวด้าน ด้านตรงข้ามมีความยาวเท่ากัน **เส้นทแยงมุม**ไม่ตั้งฉากกัน

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

การสร้างรูปเรขาคณิตอย่างง่าย

การสร้างมุมที่มีขนาด 90 องศา, 45 องศา และ 60 องศา

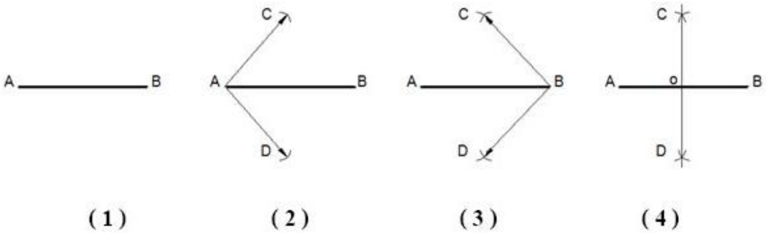




การแบ่งเส้นตรง

ขั้นตอนการสร้าง

1. กำหนดสร้างเส้นตรง AB ใช้จุด A และจุด B เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเกิน
2. ลากเส้นตรง CD ตัดเส้นตรง AB ที่จุด O และเส้นตรง CD จะแบ่งครึ่งเส้นตรง
3. เส้นตรง AO จะเท่ากับ OB



การแบ่งมุม

1. กำหนดมุม BAC ใช้จุด A เป็นจุดศูนย์กลาง (รัศมีพอสมควร) เขียนส่วนโค้ง
2. ใช้จุด E และ F เป็นจุดศูนย์กลาง เขียนเส้นโค้งตัดกันที่จุด D
3. ลากเส้นตรง AD จะแบ่งครึ่งมุม BAC ออกเป็น 2 มุม เท่าๆ กัน

ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

ระบบสมการที่มี สมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

2 ระบบสมการที่มี สมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

<u>รูปทั่วไป</u>

สมการดีกรีสอง: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$

สมการเชิงเส้น: $Px + Qy + R = 0$

การแก้ระบบสมการ 2 ตัวแปร (สมการเชิงเส้น และดีกรีสอง)

เลือกสมการเชิงเส้น → เขียน y ในรูปของ x จากสมการที่เลือก

↓

แทน y ที่ได้ ลงในอีกสมการหนึ่ง

↓

แก้สมการโดย การแยกตัวประกอบ

↓

ตรวจคำตอบ

(อาจมีบางคำตอบไม่เป็นจริงในสมการ)

ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

การแก้ระบบสมการ 2 ตัวแปร (สมการดีกรีสองทั้งสองสมการ)

2 การแก้ระบบสมการที่มีสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ

เล็ง

เล็ง หาตัวแปรที่เหมือนกันทั้งสองสมการ

เช่น x^2, y^2, xy

ทำเท่า

ทำสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งที่เหมือนกัน (ที่เลือกไว้) ให้เท่ากัน

เช่น $x^2 + xy = 2$ ____ (1) $\longrightarrow$ $2x^2 + 2xy = 2 \times 2$

$x^2 + 2xy = 0$ ____ (2)

กำจัด

กำจัดตัวแปรที่เลือกนั้น โดยการนำสองสมการบวก/ลบกัน

จะเหลือตัวแปรเพียงตัวเดียว

เช่น $2x^2 + \cancel{2xy} = 4$ ____ (1)

$x^2 + \cancel{2xy} = 0$ ____ (2)

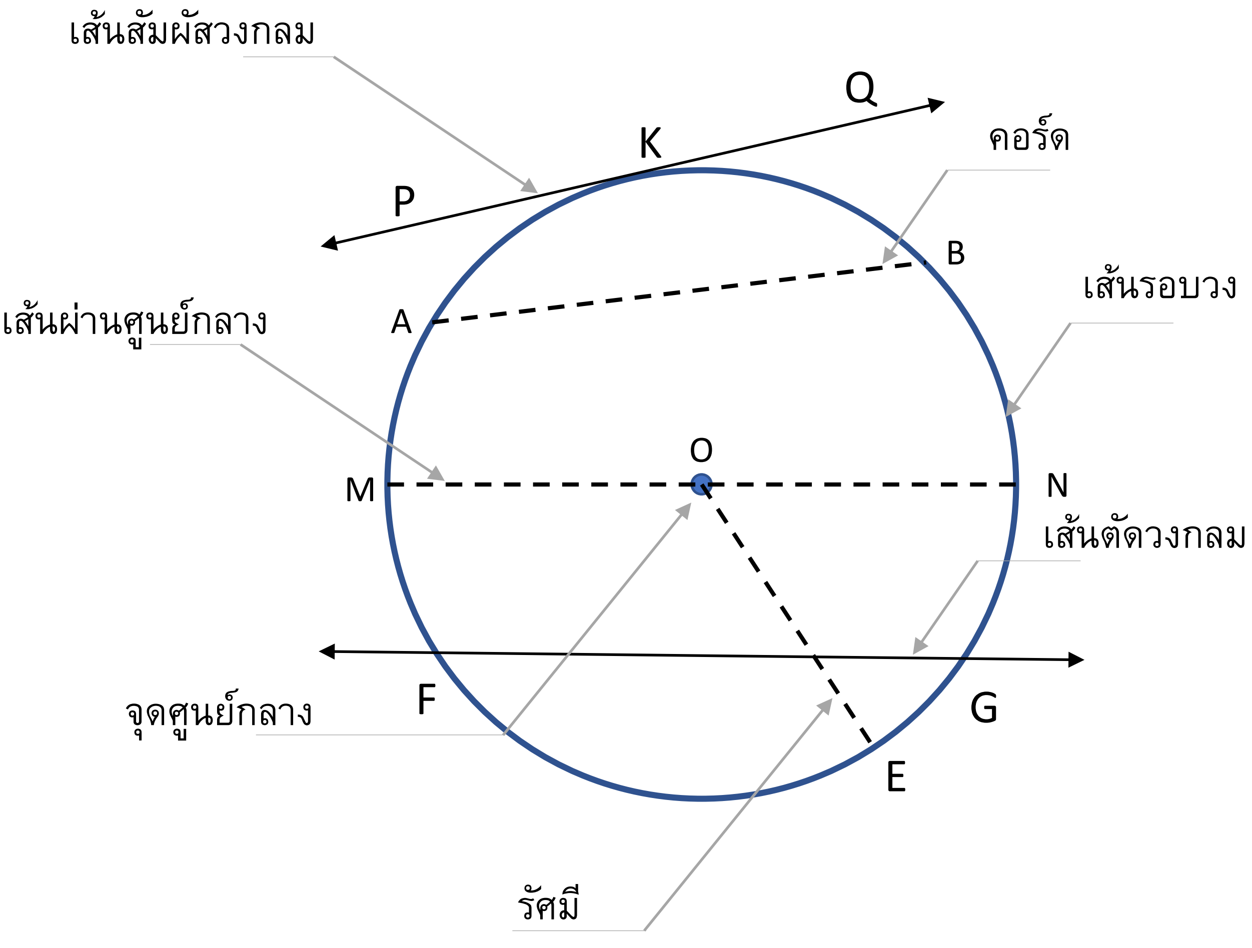
$x^2 = 4$

แก้

แก้สมการ หาค่าตัวแปร

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

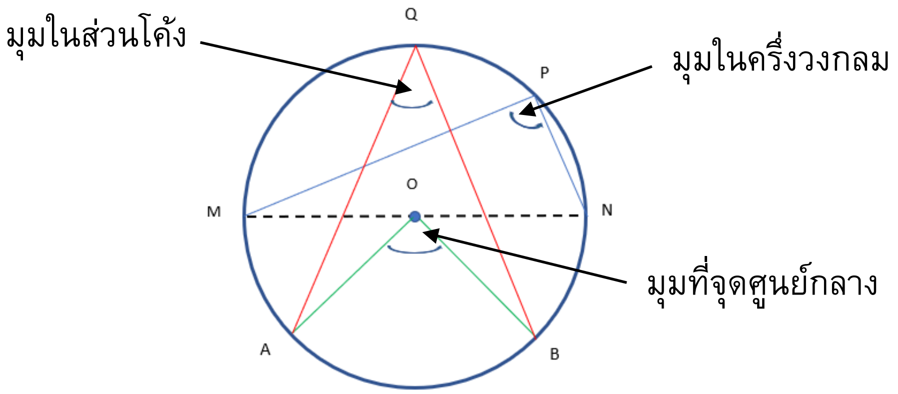
วงกลม



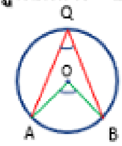
ONE-PAGE

ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

มุมในวงกลม และ ทฤษฎีบท

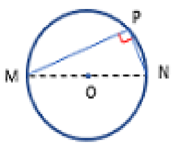


> มุมที่จุดศูนย์กลาง = 2 × มุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน



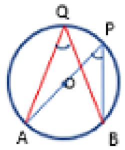
$$\widehat{AOB} = 2 \times \widehat{AQB}$$

> มุมในครึ่งวงกลม = 90 องศา (มุมฉาก)



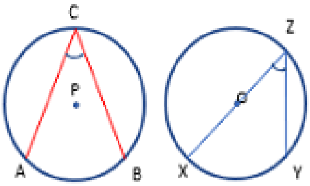
$$\widehat{MPN} = 90^\circ$$

> วงกลมเดียวกัน มุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน มีขนาดเท่ากัน



$$\widehat{AQB} = \widehat{APB}$$

> วงกลมที่เท่ากันทุกประการ ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางหรือมุมในส่วนโค้งมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองจะยาวเท่ากัน



เมื่อ P $\cong$ O

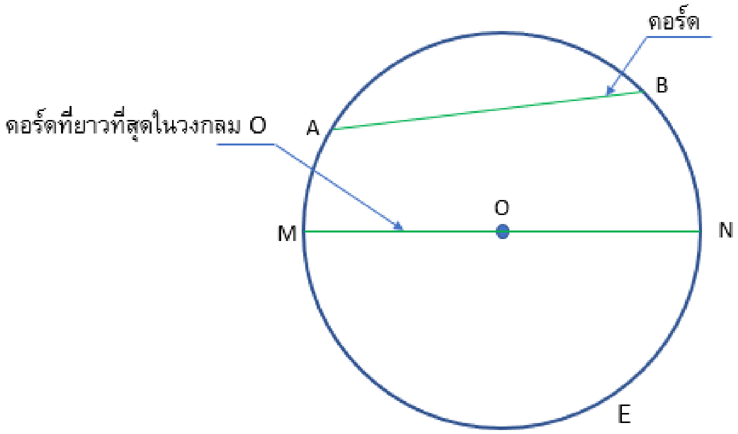
$$\widehat{ACB} = \widehat{XZY}$$

$$\downarrow$$

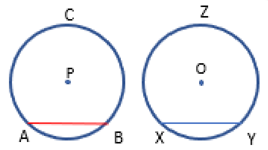
$$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{XY}$$

ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

มุมในวงกลม และ ทฤษฎีบท



➤ **วงกลมที่เท่ากันทุกประการ ถ้าคอร์ด 2 คอร์ดยาวเท่ากัน แล้ว ส่วนโค้งน้อย (และส่วนโค้งใหญ่) ที่แบ่งโดยคอร์ดทั้งสองจะยาวเท่ากัน**



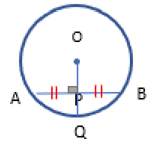
เมื่อ P $\cong$ O $\overline{AB} = \overline{XY}$

$\downarrow$

$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{XY}$

$\overset{\frown}{ACB} = \overset{\frown}{XZY}$

➤ **ส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลาง และตัดตั้งฉากกับคอร์ดในวงกลม (ที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง) แล้วจะแบ่งคอร์ดนั้นเป็น 2 ส่วนที่เท่ากัน**

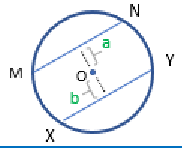


เมื่อ $\overline{OQ}$ (ผ่านจุดศูนย์กลาง O) $\perp$ $\overline{AB}$ (คอร์ด)

$\downarrow$

$\overline{AP} = \overline{PB}$

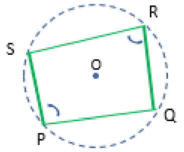
➤ **วงกลมเดียวกัน คอร์ดมีขนาดเท่ากัน เมื่อห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากัน**



เมื่อระยะห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากัน (a = b)

$\overline{MN} = \overline{XY}$

➤ **รูปสี่เหลี่ยมใด ๆที่มีผลรวมของมุมตรงข้าม = 180 องศา (2 มุมฉาก) รูปสี่เหลี่ยมนั้นสามารถแนบในวงกลมได้**



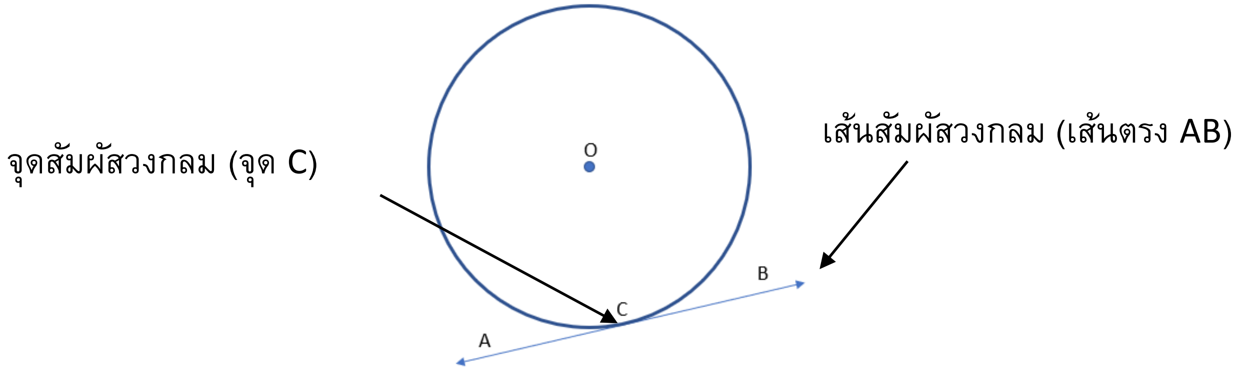
$Q\hat{R}S + S\hat{P}Q = 180°$

$\downarrow$

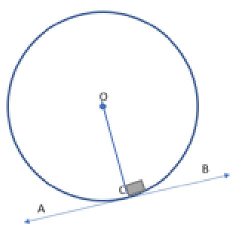
รูปสี่เหลี่ยม PQRS สามารถแนบในวงกลม O ได้

ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

มุมในวงกลม และ ทฤษฎีบท

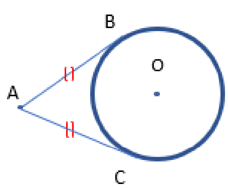


เส้นสัมผัสวงกลม $\perp$ รัศมีของวงกลม ที่ จุดสัมผัส



$\overline{OC} \perp \overleftrightarrow{AB}$ ที่จุดสัมผัส (จุด C)

ส่วนของเส้นตรงจากจุดหนึ่งนอกวงกลม สัมผัสวงกลมเดียวกัน จะยาวเท่ากัน และมีได้ 2 เส้น

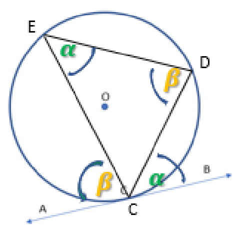


$\overline{AB}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด B

$\overline{AC}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด C

$\overline{AC} = \overline{AB}$

มุมที่เกิดจากคอร์ดในวงกลม และ เส้นสัมผัสวงกลม ที่จุดสัมผัส = มุมในส่วนโค้งของวงกลม ที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น



มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัส		มุมในส่วนโค้ง
$B\hat{C}D$	=	$C\hat{E}D$
$A\hat{C}E$	=	$C\hat{D}E$

ONE-PAGE ไว้หน้าเดียว

การคูณเศษส่วนพหุนาม

เมื่อมี P, Q, R, และ S เป็นพหุนาม

จะได้ว่า $\frac{P}{Q} \times \frac{R}{S} = \frac{P \times R}{Q \times S}$

โดยที่ Q และ S ≠ 0

การหารเศษส่วนพหุนาม

เมื่อมี P, Q, R, และ S เป็นพหุนาม

จะได้ว่า $\frac{P}{Q} \div \frac{R}{S} = \frac{P}{Q} \times \frac{S}{R}$

$= \frac{P \times S}{Q \times R}$

โดยที่ Q, R และ S ≠ 0

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

การบวกลบเศษส่วนพหุนาม

เมื่อมี P, Q, และ R เป็นพหุนาม โดยที่ $Q \neq 0$

จะได้ว่า $$\frac{P}{Q} \pm \frac{R}{Q} = \frac{P \pm R}{Q}$$

Tips : (กรณี ตัวส่วนไม่เท่ากัน)

“คูณไขว้” ได้ส่วนสุดท้ายเท่ากัน และ เศษบวกลบกันได้

$$\frac{P}{Q} \pm \frac{R}{S} = \frac{(P \times S) \pm (R \times Q)}{Q \times S}$$

ONE-PAGE

ONE-PAGE
ไว้หน้าเดียว

ขั้นตอนการแก้สมการเศษส่วนพหุนาม

1. **รูปสำเร็จ** — บวก ลบ คูณ หารเศษส่วนพหุนาม และทำให้เศษส่วนพหุนามให้อยู่ในรูปสำเร็จเสียก่อน

↓

2. **แก้สมการ** — ทำการจัดรูป ย้ายข้าง และแก้สมการให้เรียบร้อย

↓

3. **ตรวจคำตอบ** — ดูว่าคำตอบที่ได้ทำให้สมการเป็นจริงหรือไม่

<u>อย่าลืม</u>.. ดู **ตัวส่วน** ของเศษส่วนพหุนาม ต้อง $\neq 0$